



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУК И РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет»

Математический факультет

**ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ,
ЕЕ ИСТОРИИ И МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ
НА СОВРЕМЕННОМ ЭТАПЕ**

Материалы заочной Всероссийской
научно-практической конференции
(7–9 декабря 2017 г.)

Пермь
ПГПУ
2017

УДК 51
ББК В1
П 781

П 781 Проблемы математики, ее истории и методики преподавания на современном этапе: матер. заочной всерос. науч.-практ. конф. (7–9 декабря 2017 г.) / ред. кол.: А.Ю. Скорнякова, Е.Л. Черемных и др.; под общ. ред. А.Е. Малых; Перм. гос. гуманитар.-пед. ун-т. – Пермь, 2017. – 1 электрон. опт. диск (CD ROM); 12 см. – Систем. требования: ПК, процессор Intel(R) Celeron(R) и выше, частота 2.80 ГГц; монитор SuperVGA с разреш. 1280x1024, отображ 256 и более цветов; 1024 Mb RAM; Windows XP и выше; Adobe Reader 8.0 и выше; CD-дисковод, клавиатура, мышь.

ISBN 978-5-85218-929-5

В сборнике представлены материалы докладов преподавателей вузов, учителей, аспирантов и магистрантов, посвященные проблемам математики, ее истории и методики преподавания на современном этапе. На конференции обсуждались вопросы: математические, историко-математические и математико-краеведческие исследования; проблемы математической подготовки школьников и студентов; компьютерные и интерактивные технологии в обучении математике.

Адресуется преподавателям математики, информатики школ и вузов, методистам, студентам, магистрантам и аспирантам педагогических вузов.

УДК 51
ББК В1

Редакционная коллегия:

доктор физико-математических наук, профессор **А.Е. Малых** (главный редактор)

кандидат педагогических наук, доцент **Е.Л. Черемных** (ответственный редактор)

кандидат педагогических наук, доцент **А.Ю. Скорнякова** (технический редактор)

кандидат физико-математических наук, доцент **М.С. Ананьева**

кандидат физико-математических наук, доцент **А.Л. Краснощеков**

кандидат педагогических наук, доцент **Л.П. Латышева**

кандидат педагогических наук, доцент **В.Л. Пестерева**

Издается по решению редакционно-издательского совета
Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета

ISBN 978-5-85218-929-5

© Коллектив авторов, 2017
© ФГБОУ ВО «Пермский государственный
гуманитарно-педагогический университет», 2017

СОДЕРЖАНИЕ

РАЗДЕЛ 1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ, ИСТОРИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И МАТЕМАТИКО-КРАЕВЕДЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ.....9

А.Е. Малых, А.А. Апрышкина

О ЯПОНСКОЙ ГЕОМЕТРИИ В ЭПОХУ ЭДО 9

А.Е. Малых, Е.И. Галкина

О НЕКОТОРЫХ НАПРАВЛЕНИЯХ РАЗВИТИЯ КОМБИНАТОРНОЙ
ТЕОРИИ ПЕРЕЧИСЛЕНИЯ ВО ВТОРОЙ ПОЛОВИНЕ
XIX СТОЛЕТИЯ..... 28

М.С. Ананьева, Ю.Д. Еремеева

ВКЛАД М.В. ЛОМОНОСОВА В РАЗВИТИЕ МЕХАНИКИ 41

М.С. Ананьева

УРАЛЬСКИЙ МАТЕМАТИК ИВАН МИХЕЕВИЧ ПЕРВУШИН 48

С.В. Галаев

О ВЛИЯНИИ НАУЧНОГО НАСЛЕДИЯ ПРОФЕССОРА
В.В. ВАГНЕРА НА РАЗВИТИЕ СОВРЕМЕННОЙ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ 55

М.С. Марокина, А.Ю. Скорнякова

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИТОГОВОЙ
АТТЕСТАЦИИ ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ ОТ
ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ КАЧЕСТВ УЧИТЕЛЯ..... 63

Р.А. Мельников

ЗАМЕТКИ К РАННЕЙ ИСТОРИИ
ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ И ЛИНЕЙНОГО
ПРОГРАММИРОВАНИЯ 68

А.А. Олехов

ИНТЕГРАЦИЯ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ
В ИССЛЕДОВАНИИ СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЕЙ 73

РАЗДЕЛ 2. ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ	
СТУДЕНТОВ	78
В.А. Тестов	
СИНТЕЗ ДВУХ ТИПОВ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРИ	
ИЗУЧЕНИИ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ.....	78
Н.Ю. Горбунова	
ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ	
ПО МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ ИНЖЕНЕРНОГО	
НАПРАВЛЕНИЯ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО ВУЗА	84
И.В. Кузнецова, С.А. Тихомиров	
ФОРМИРОВАНИЕ У БУДУЩЕГО ПЕДАГОГА СПОСОБНОСТИ	
К ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ	96
Л.П. Латышева	
ДИСЦИПЛИНЫ ПО ВЫБОРУ В ПОДГОТОВКЕ СТУДЕНТОВ	
ПЕДВУЗА К ДОПОЛНИТЕЛЬНОМУ МАТЕМАТИЧЕСКОМУ	
ОБРАЗОВАНИЮ ШКОЛЬНИКОВ.....	102
М.Л. Лурье	
КУЛЬТУРОЛОГИЧЕСКАЯ НАПРАВЛЕННОСТЬ ПРЕПОДАВАНИЯ	
МАТЕМАТИКИ В СИСТЕМЕ НЕПРЕРЫВНОГО	
ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ «ШКОЛА-ВУЗ»	111
И.В. Мусихина	
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СВОЙСТВ ФУНКЦИЙ ПРИ РЕШЕНИИ	
УРАВНЕНИЙ	118
А.А. Соловьева	
РАЗВИТИЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ	
СТУДЕНТОВ ПСИХОЛОГИЧЕСКИХ ПРОФИЛЕЙ	
В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ	124
Д.В. Юрченко	
ФОРМИРОВАНИЕ ЕДИНСТВА МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗНАНИЙ	
ОБУЧАЮЩИХСЯ НА ОСНОВЕ ТЕХНОЛОГИИ ФУНДИРОВАНИЯ.....	131

Г.Г. Хамов, Л.Н. Тимофеева	
О СОВЕРШЕНСТВОВАНИИ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ ПОСРЕДСТВОМ ОБУЧЕНИЯ МЕТОДАМ СОСТАВЛЕНИЯ ЗАДАЧ.....	137
Л.В. Занина	
ВОЗМОЖНОСТИ УРОКА МАТЕМАТИКИ В АСПЕКТЕ РЕАЛИЗАЦИИ ФГОС СОО В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ	140
Т.В. Зыкова, Е.С. Белько, С.А. Тихомиров	
ОБ АДАПТАЦИОННОМ КУРСЕ ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПЕРВОКУРСНИКОВ	145
К.А. Пермякова	
О НЕОБХОДИМОСТИ ВВЕДЕНИЯ ОСНОВ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ДИЗАЙНА И ИНФОГРАФИКИ КАК ОБЯЗАТЕЛЬНОГО УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА В ПЕДАГОГИЧЕСКОМ ВУЗЕ	148
РАЗДЕЛ 3. ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ ШКОЛЬНИКОВ	152
Н.В. Анганзорова, М.А. Казакова	
ФОРМИРОВАНИЕ РЕГУЛЯТИВНЫХ И ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ В 7 КЛАССЕ ПО ТЕМЕ «СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ»	152
Е.В. Безенкова	
ФОРМИРОВАНИЕ ОБЩЕЙ КУЛЬТУРЫ УЧАЩИХСЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В СООТВЕТСТВИИ С ПРОГРАММОЙ ГУМАНИЗАЦИИ И ГУМАНИТАРИЗАЦИИ ШКОЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ.....	158
А.А. Бондарь, Р.Ф. Мамалыга, М.А. Мысина	
ОТ КРУЖКА К ПРОЕКТУ	167

Н.П. Брюханова	
О РАЗВИТИИ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УУД УЧАЩИХСЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В 5-6 КЛАССАХ НА ПРИМЕРЕ ТЕМЫ «ДЛИНА ОКРУЖНОСТИ»	174
Е.А. Гомзякова	
ФОРМИРОВАНИЕ КОММУНИКАТИВНЫХ И ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УУД УЧАЩИХСЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «ПЕРВООБРАЗНАЯ И ИНТЕГРАЛ»	181
Д.В. Ляудина, Н.А. Сиделева, А.В. Федченко	
ФОРМИРОВАНИЕ РЕГУЛЯТИВНЫХ УУД ПРИ ИЗУЧЕНИИ ЛИНИИ «УРАВНЕНИЯ» У УЧАЩИХСЯ 5–7 КЛАССОВ	187
Г.Г. Шеремет, А.В. Курбанова	
НАГЛЯДНАЯ ГЕОМЕТРИЯ КАК СТУПЕНЬ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ.....	192
В.Л. Пестерева	
РАЗВИТИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ В ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ	196
В.А. Быкова	
ФОРМИРОВАНИЕ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ В 9 КЛАССЕ	207
Е.П. Выгонная, Е.А. Гущина, Е.К. Панькина	
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИКИ	212
А.С. Дураева	
МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ ГОТОВНОСТИ УЧАЩИХСЯ 5-6 КЛАССОВ К УЧАСТИЮ В ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ КОНКУРСАХ.....	215
В.А. Литвинова	
ОПЫТ РАЗРАБОТКИ И РЕАЛИЗАЦИИ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ	

5-6 КЛАССОВ «ФОРМИРОВАНИЕ МОТИВАЦИИ К ЗАНЯТИЯМ МАТЕМАТИКОЙ»	219
М.В. Меньшикова	
ФОРМИРОВАНИЕ КОММУНИКАТИВНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ СРЕДСТВАМИ ИГРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ	222
Е.С. Паршакова	
МОТИВАЦИЯ УЧЕБНО-ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ 5-6 КЛАССОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ.....	226
Е.П. Шестопалова	
ФОРМИРОВАНИЕ УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ УЧАЩИХСЯ 5-6 КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ РЕАЛИЗАЦИИ ОБЩЕРАЗВИВАЮЩЕЙ ПРОГРАММЫ «ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ».....	229
РАЗДЕЛ 4. КОМПЬЮТЕРНЫЕ И ИНТЕРАКТИВНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ	233
В.В. Логинова, Е.Г. Плотникова	
ИНТЕРАКТИВНЫЕ МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ЭКОНОМИЧЕСКОМ ВУЗЕ	233
А.Е. Малых, В.В. Иванова	
МЕТОД ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МЕСТ ТОЧЕК И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ К РЕШЕНИЮ ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ ТЕХНИКИ	239
А.В. Букушева	
КОМПЬЮТЕРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНТЕРАКТИВНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СРЕДЫ.....	251
Е.М. Ганичева	
ИЗУЧЕНИЕ АЛГОРИТМОВ ВЫПОЛНЕНИЯ ВЫЧИСЛЕНИЙ В КУРСЕ ИСТОРИИ РАЗВИТИЯ ЭВМ.....	256

А.Н. Сёмочкин, О.А. Сёмочкина	
РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ В СИСТЕМЕ ISKANDERUSELEARNING.....	264
Н.В. Тихомирова	
ПРИМЕНЕНИЕ СЕРВИСОВ GOOGLE В ДИСТАНЦИОННОМ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ С ОВЗ	270
Е.Л. Черемных	
ПРИМЕНЕНИЕ ТЕХНОЛОГИИ «ВЕБ-КВЕСТ» В ПОДГОТОВКЕ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ	275
В.И. Ярошевич	
ПРЕИМУЩЕСТВА И ПРОБЛЕМЫ В ИСПОЛЬЗОВАНИИ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ОБУЧЕНИИ РЕШЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ	281
СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ.....	287

РАЗДЕЛ 1.
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ, ИСТОРИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
И МАТЕМАТИКО-КРАЕВЕДЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

О ЯПОНСКОЙ ГЕОМЕТРИИ В ЭПОХУ ЭДО

А.Е. Малых, А.А. Апрышкина

Пермь, ПГГПУ

Аннотация: представлена геометрия эпохи Эдо (1603-1868), период, когда страна была полностью изолирована от всего мира. Ученые создавали геометрию, опираясь на глубокое изучение чертежа без каких-либо доказательств. Отмечены перспективные направления развития геометрии. Выяснено, что уникальным направлением ее развития была храмовая геометрия (сангаку). Указаны результаты математической деятельности Секи Ковы и его последователей.

Ключевые слова: *эпоха Эдо; математические школы; геометрия; школа Секи Ковы; храмовая геометрия; задачи.*

ABOUT JAPANESE GEOMETRY IN EPOCH OF EDO

A.E. Malych, A.A. Apryshkina

Perm, PSHPU

Abstract: geometry of the epoch Edo (1603-1868), when country was in isolation from whole world, is presented. Japanese mathematics created their geometry with support on the deep training of drawing without of proof of arguments. Some perspective directions of development Japanese geometry, including the Temple geometry, are marked. Resultats of activity of Seki Kowa scientific school and his followers are indicated.

Keywords: *epoch of the Edo; mathematical schools; geometry; Seki Kowa's school; Japanese Temple geometry; problems.*

Усиление роли и значимости современной математики стимулирует проявление интереса к ее истории. Еще на II международном конгрессе математиков в Париже Мориц Кантор указал, что одним из важнейших направлений исследования является история отдельных математических дисциплин, так как именно они представляют основополагающие структурные

части математики; в их развитии и взаимодействии находит свое выражение жизнь как единое целое.

С конца XIX века стали появляться работы историко–математической направленности: М. Шаль (Исторический обзор происхождения и развития геометрических методов); Л.Ю. Диксон (История теории чисел, в 3Т., 1919–1927); И.Я. Депман (История арифметики, 1954); Д.Я. Стройк (История дифференциальной геометрии до XX века, 1941). Этот список может быть продолжен.

В предлагаемой статье речь пойдет, как следует из названия, о японской геометрии эпохи Эдо (1603–1868). Столицей страны стал город Эдо (современный Токио). В этот период начинаются преследования христиан, самоизоляция от других государств и научного мира. Страна развивалась под воздействием внутренних запросов, опираясь только на труды своих предшествующих поколений. Несмотря на это, в рассматриваемый период японскими учеными были достигнуты математические результаты, по важности такие же, как в Европе, а иногда и опережавшие их.

На примере японской культуры и науки связь между ними прослеживается довольно отчетливо: непривычная для европейца культура порождает не менее непривычную науку. Так, японский астроном был, прежде всего, государственным чиновником, а математические работы публиковались рядом с искусством икебана, текстами о разбиении садов, живописью, каллиграфией, поэзией и другими.

Круг японской геометрии довольно разнообразен и непривычен для европейских геометров, воспитанных на теоремах и чертежах западной школы, унаследованных от Древней Греции. Прежде всего, к ним относится повышенный интерес к окружностям (кругам), эллипсам, а также их пространственным формам. Никаких доказательств не было.

Проследив развитие геометрии в рассматриваемый период, можно сделать вывод о том, что наряду с традиционными окружностями и эллипсами ученые широко использовали и выпуклые прямолинейные фигуры, однако либо

они вписаны в эти кривые II порядка, либо описаны около них. Тем не менее, сложность решения возрастала год от года, увеличивалось и их количество, а иногда подразумевалось и бесконечное множество окружностей (кругов).

Геометрические задачи в математических школах Японии XVII – начала XVIII веков не представляли значительной сложности. Одной из них являлась следующая задача: «Эллипс вписан в прямоугольник, а четыре окружности, равные попарно, описаны так, как показано на рисунке 1. Окружности *A* и *B* касаются эллипса. Даны диаметры *a* и *b* этих окружностей. Требуется найти малую ось эллипса».

Заметим, что ни к ней, ни к следующей задаче не было словесной формы записи их решений.

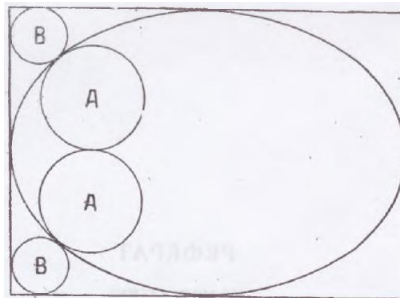


Рис. 1

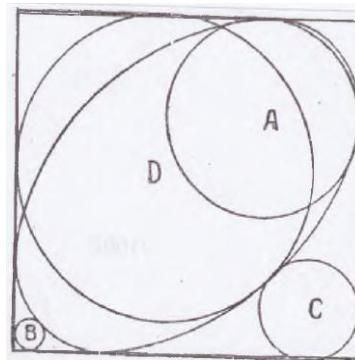


Рис. 2

Одна из задач была предложена в 1720 году известным японским математиком *Fujita Kagen*: имеется эллипс, в который вписаны пять окружностей, как показано на рисунке 3. Две оси эллипса равны *a* и *b*. Требуется найти диаметр окружности *A*.

В этом случае решение было приведено в словесной форме. Если записать, используя буквенную символику, то оно имеет вид:

$$\alpha_A = b - \frac{2b^3}{\frac{3a^2 + b^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{3a^2 - b^2}{2}\right)^2 - a^4}}.$$

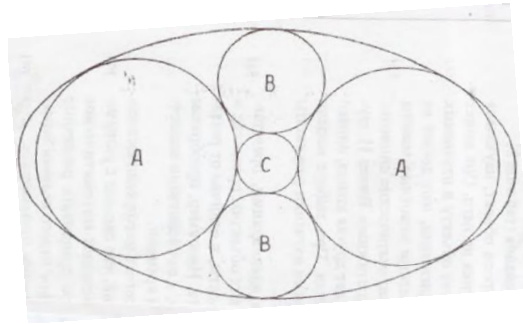


Рис. 3

Японские ученые до середины XIX века решали задачи, следуя традициям эпохи Эдо, и публиковали их. Так, известный математик конца XVIII–начала XIX в.в. в своей работе «Onchi San ō» 1828 года привел следующую подборку геометрических задач (рис. 4):

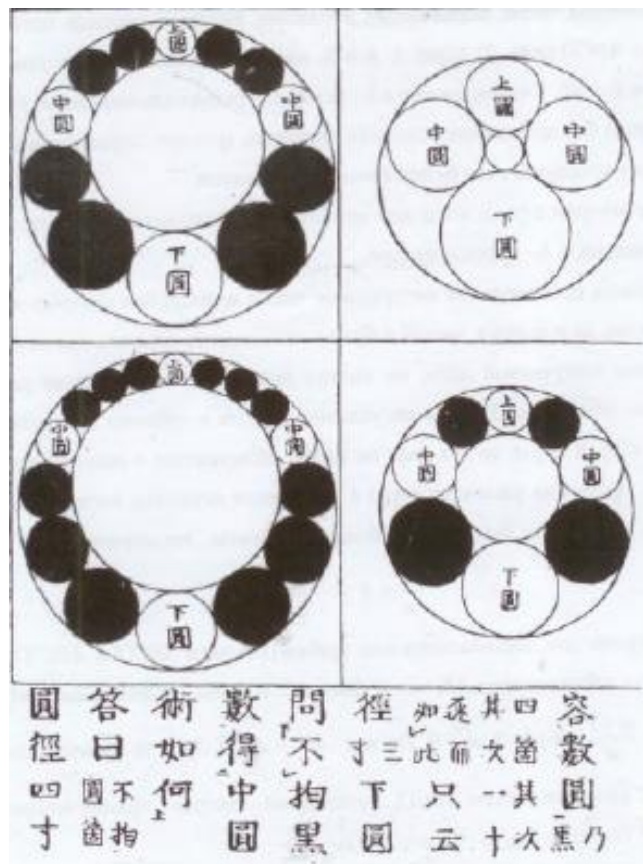


Рис. 4

Другой известный японский математик *Yamamoto Kazen* в 1841 г. написал сочинение «*Sampo yojutsu*», в котором наряду с окружностями рассмотрел и прямолинейные геометрические фигуры. Подборка их представлена на рисунке 5.

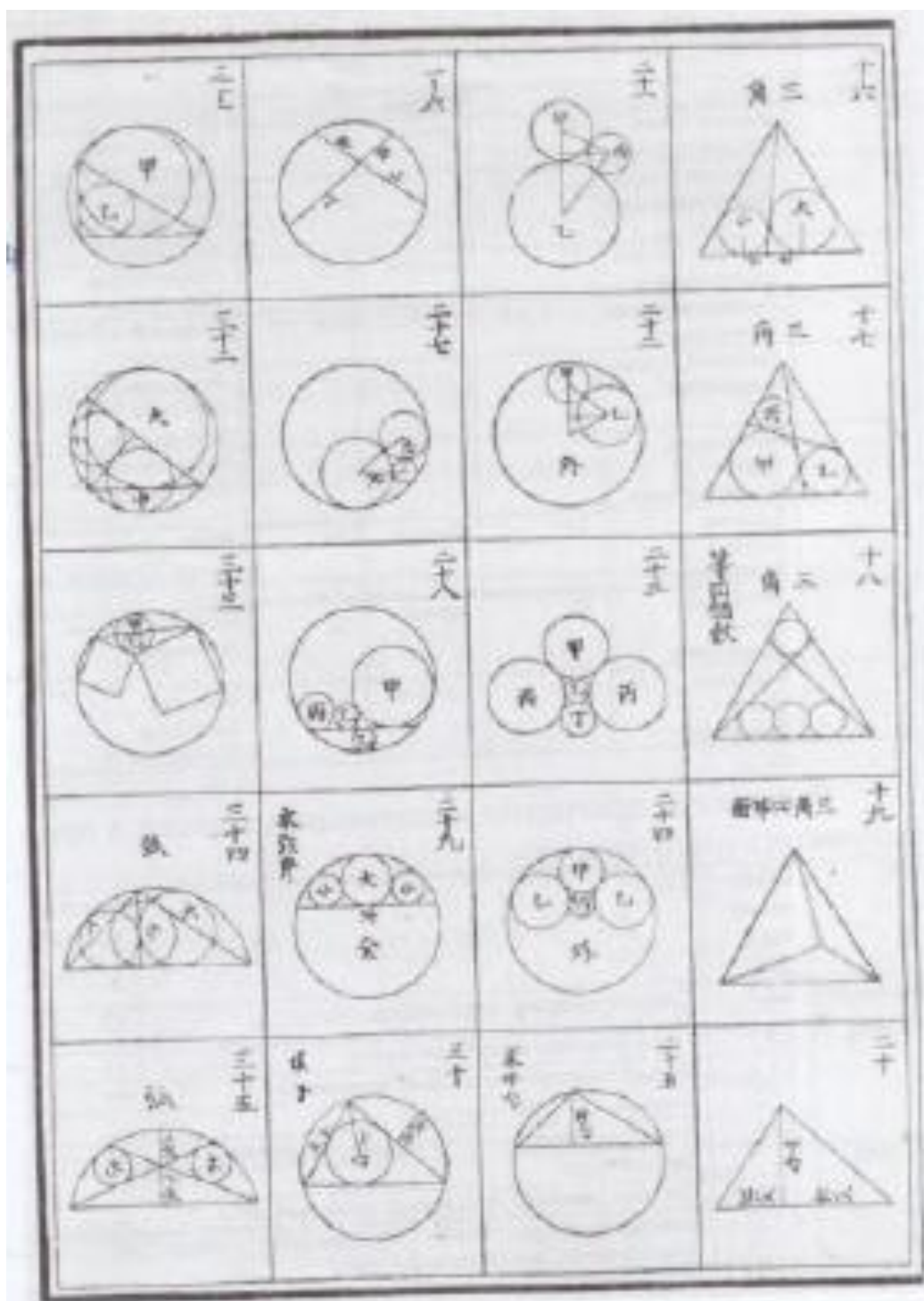


Рис. 5

Поражаешься терпению, выдержке, логике мышления японских геометров, которые в течение долгого времени, созерцая рисунок задания, находили, в конце концов, их решение. В связи с этим следует сослаться на книгу Н. Фукагавы и Д. Пидое [12]. Когда одного японского геометра начала XIX века спросили, как он получил свои замечательные теоремы об эллипсах, он ответил, что в течение последних 10 лет он размышлял только об эллипсах. Получив китайский перевод «Начал» Евклида японские геометры были удивлены: «Зачем доказывать такие очевидные факты, когда есть столько красивых и сложных геометрических теорем?» А за много веков до этого великий Конфуций сказал: «Следует посвятить все свое время обучению, забыв о еде и сне...»

С XVII столетия возникло еще одно направление, связанное с решением геометрических задач. Истоки его уходят в средневековье. Тогда как в европейских городах, так и японских особой популярностью у горожан пользовались занимательные игры, носившие математическую и логическую направленность. С XII века одна из таких игр получила широкое распространение, как на западе, так и на востоке. При этом фабула в каждой из стран носила национальный характер. Интерес к ней не ослабевал до начала XX столетия. Эта задача в каждой стране называлась по-разному: Святого Иосифа; о 15 турках и 15 христианах; о христианах и иудеях; о детях в семье и др. Такого рода задача появилась и в Японии. По смыслу она тесно связана с китайской и называлась «Стоячие дети»: *в одной семье было 30 детей (15 – дети жены и 15 – отца). Как следует матери расставить по кругу родных и чужих детей, чтобы начав с одного из них и двигаясь по часовой стрелке, выводить каждого ребенка так, чтобы в кругу остались только ее дети? Как нужно расставить их, чтобы решить задачу и с какого ребенка нужно начать счет?*

Дальнейшее развитие аналогичных игр привело к рождению японской математики, не имеющей никакого отношения к прикладным задачам. Произошло это в XVII веке (эпоха Токугава), когда в японских городах

возникла и приобрела актуальность традиция «завещанных вопросов». Начало ее идет с 12 вопросов, опубликованных Йошида Мицуоши (1614). Их решил в 1653 году Исомура Йошинори и опубликовал 100 своих вопросов. Проблемы в них сводились к различным бытовым вопросам, геометрическим задачам, связанным с вписыванием многоугольников в круг, маленького круга в большой, комбинаций эллипсов, окружностей, прямоугольников, квадратов, треугольников и др.

Результатом такой практики в Японии явилось создание нескольких математических школ. В них разрабатывались свои методы, хранившиеся в строжайшей тайне. Учащиеся таких школ не обладали фиксированным общественным статусом. Ими были самураи, торговцы, занимавшиеся математикой в свободное время, бродячие математики, зарабатывавшие себе на жизнь обучением предмету и другие.

Хасигама Нириси (1728–1838) опубликовал основные математические секреты наиболее крупной японской математической школы, руководителем которой был Секи Кова (1642–1708) – самый известный математик Японии. Большинство работ было опубликовано учениками уже после смерти ученого.

Приведем краткие сведения о его жизни и деятельности.

В третий месяц по лунному календарю 1642 года в семье Учиямы Шичибя, представителя самураев из местечка Фуджийока, что в провинции Козуке, родился сын. В младенческом возрасте родители отдали его на воспитание в другую благородную семью Секи Городзаэмона, и с тех пор ему было дано имя Секи.

Секи Шенсукэ Кова родился в год смерти Галилео Галилея (1564–1642). То было время великих математических открытий, как на Востоке, так и на Западе. Так же как и Исаак Ньютон, опираясь на труды своих непосредственных предшественников (И. Кеплер, Б. Кавальери, Р. Декарт, П. Ферма и И. Барроу), мог сказать, что не достиг бы своих эпохальных открытий, если бы не «... стоял на плечах гигантов». Так и Секи Кова жил в благородное время значительных успехов японской математики, благодаря

трудам (Йошиды, Исомуры, Мураматцу, Савагучи), на которые он опирался. Совпадение факта рождения кажется более значимым, учитывая возможную схожесть результатов их исследований. Каждый из них достиг своей цели и каждый предопределил дальнейшие направления развития всей математики для многочисленных последователей.

Имя Секи часто ассоциируют с «йенри» – формой исчисления, которая, возможно, была изобретена им. С большей определенностью он известен своим методом «*tenzan*» – алгебраической системой, которая улучшила метод «небесного элемента», унаследованного от китайцев: «*yendan jitsu*» – правило, по которому решение уравнений и других разделов алгебры выполняется проще, чем методы, унаследованные из Китая и улучшенные японскими учеными Исомура и Савагучи. Секи стоял у истоков теории детерминантов, так как раньше считалось, что первое открытие было именно в исследованиях Г.В. Лейбница.

Большие способности Секи проявил еще в раннем детстве. Известно, что в возрасте 5 лет он указал ошибки старших в вычислениях, обсуждавшихся в его присутствии. Люди так изумились этому, что дали ему титул «божественный ребенок». Из других сведений стало известно, что девятилетний Секи увидел слугу, изучающего «Джинко–ки» Йошиды, и когда слуга не мог решить какую–то задачу, Секи предложил помочь ему и легко нашел верное решение. Эта история отличается от той, которую сообщил Камизава Тейкан, рассказав, что слуга заинтересовал Секи арифметикой «Джинко–ки», а потом научил его основам математики.

Большинство обращавшихся к творчеству Секи Ковы согласны с тем, что он, как говорят американцы «сделал сам себя». Действительно, в его работах нельзя увидеть влияния других ученых, наоборот, его исследования показывают оригинальность, которая, возможно, и привела его к самообучению с раннего возраста.

Будучи по своему общественному положению потомком самурайского клана, Секи получил работу в казначействе клана Ко:фу, главой которого был

Токугава Цунаёси. Когда его руководитель стал приближенным Сегуната, Секи стал его самураем, а в 1704 году ему присвоили титул почетного мастера церемоний при дворе Сегуната. Секи умер 24 октября 1708 года в возрасте 66 лет, не оставив кровных потомков. Он был похоронен на Баддхистском кладбище, где спустя 80 лет его могила была восстановлена, как рассказывают ученые его школы.

О Секи рассказывают ряд сведений, некоторые проливают свет на черты его характера. Сообщалось, что однажды, он предпринял путешествие из Йедо, где работал, в Кофу (город в провинции Кошу или Каи) по поручению своего начальника. Путешествуя в повозке, он отмечал направления и расстояния, объекты вдоль дороги, возвышенности и низины, записывал все, что характеризовало топографию региона. На основе этих заметок, он подготовил карту региона, так четко и аккуратно выполненную, что по приезду в Йедо, его начальник был восхищен, ведь Секи предпринял путешествие как самурай, а проявил себя географом.

Сам Секи рассказывал о настенных часах, подаренных китайским императором Сегунату. В их конструкции фигурка мужчины должна была отбивать время каждый час. Однако, после нескольких лет работы, хрупкая пружина пришла в негодность. Созвали самых умелых мастеров со всей страны, но никто не смог починить часы, пока Секи не услышал о проблеме хозяина. Попросив разрешение взять часы для ремонта, он вскоре восстановил их. Успешно отремонтированные часы стали верно отбивать время. Отмеченные выше факты показывают сообразительность и разносторонние способности человека.

Секи жил в благоприятное время (эра Гэнроку) и имел возможность изучать большое количество математических книг, издававшихся в те годы. В возрасте около 32 лет он подготовил рукопись «Решение нерешенных задач из Санпо:кэцу чисё» Изомуры. Через два года он опубликовал «Математику в деталях» (Хацуби санпо), состоящего из решения 15 нерешенных задач из книги Савагучи Кадзуюки 1671 года «Старая и новая математика» (Кокон

санпо:ки). Опубликовано при жизни Секи лишь только одна – вторая из отмеченных выше.

В наследство ученый оставил 21 рукописную книгу, в том числе 7 по астрономии. В 1712 г. Араки Муракидэ – ученик Секи – опубликовал четыре тома работ под заглавием «Коллекция важных математических результатов» (Кацуё:санпо:). Именно из них стало известно о научных достижениях ученого.

Успехи математической школы Секи были довольно значительными. Сам ученый разработал метод решения уравнений третьей и более высоких степеней, за 150 лет до известного в Западной Европе как «метод Горнера» по имени У.Дж. Горнера (1786–1837). На 35 лет раньше Якоба I Бернулли (1654–1705) Секи открыл «числа Бернулли»; более чем за 10 лет раньше Г.В. Лейбница (1646–1716) стал разрабатывать теорию определителей и на 67 лет раньше Габриэля Крамера (1704–1752) дал оригинальное обозначение определителей и правило их вычисления в рукописи 1633 г. «Японская академия» (Кайфуку дай) для решения системы из двух и трех линейных алгебраических уравнений с таким же числом неизвестных (рис. 6).

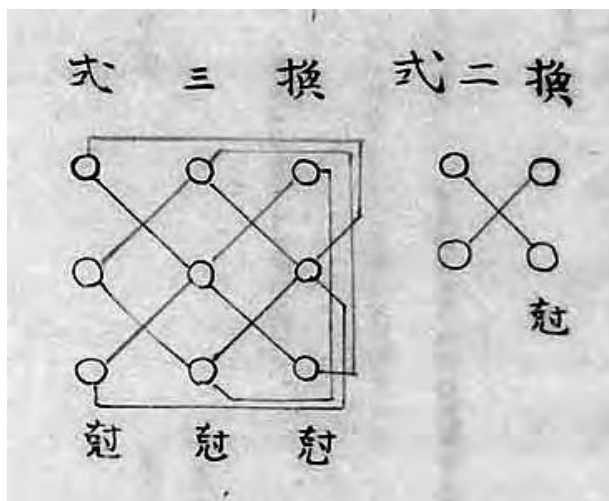


Рис. 6

Раньше Г.В. Лейбница Секи Кова ввел свой вариант дифференциального исчисления (1686). С помощью «принципа круга» ученики Секи вычислили

значение π с точностью до 41-го знака, $\pi \approx \frac{355}{113}$; разработали систему вычисления длины дуги, объема шара, площади сегмента.

В русле нахождения числа π Секи стал интересоваться свойствами правильных вписанных многоугольников. Так, в работе «Углы правильных многоугольников» (Каку хо) в томе 3 Кацуё:санпо:, он нашел радиусы вписанных и описанных окружностей для таких n -угольников для $n = \overline{3;20}$. Заметим, что ученый производил вычисления с помощью сложных чертежей без использования значений тригонометрических функций.

Как видим, достижения японской математики в эпоху Эдо были довольно внушительными, однако, эта наука никогда не стремилась к строгому доказательству.

Остановимся теперь на японской храмовой геометрии. Лучше чем описал ученый, не скажешь. Было в этой старой японской математике и что-то такое, что роднило ее с японским искусством – живописью, поэзией, каллиграфией, театром, чайными церемониями, посадкой садов, изготовлением одежды и предметов быта. Одним из плодов этого математического искусства стали так называемые *сангаку* (или *сан гаку*, в буквальном смысле обозначаемые как счетные или математические дощечки) – японская *храмовая геометрия* (рис. 7 а, б).



а)



б)

Рис. 7

Любители математики, принадлежавшие разным социальным классам – самураи, торговцы, ремесленники, крестьяне – стремились открывать и доказывать разнообразные геометрические теоремы и задачи, от простых до очень сложных. Чертежи к теоремам вырезались на деревянных дощечках и красиво раскрашивались (рис. 8). Не все из них посвящены геометрическим задачам: на некоторых решались и диофантовы уравнения, находились объемы криволинейных тел или тел вращения. На большинстве досок приводился только результат, а доказательство отсутствовало. Иногда после задачи писали «Реши, если сможешь!» Готовые доски вешивались над входом в синтоистское святилище или буддистский храм в качестве приношения богам, а заодно – и вызовы коллегам.



Рис. 8

Структура сангаку почти всегда одинакова. Справа налево следовали один за другим раскрашенные чертежи, под каждым из них условие задачи и ответ (рис. 9). Каждая табличка содержала от одной до 16–18 задач разного уровня сложности, иногда, весьма трудных.



Рис. 9

Задачи *wasan* можно было найти не только в храмах. В эпоху Эдо было издано 12 сборников с такими задачами, а сотни других так и остались в неопубликованных рукописях. Более того, авторы, вывешивавшие новые *сангаку*, безжалостно убирали задачи из более ранних коллекций. Ни эти таблички, ни книги не являются, с нашей точки зрения, текстами; они не составляют связного изложения *wasan*. На отдельной *сангаку* задача, доступная ребенку могла соседствовать со сложной (рис. 10 а, б). Дело в том, что *сангаку* часто создавались группами людей с разным уровнем подготовки.



а)

б)

Рис. 10

Круг основных идей японской храмовой геометрии довольно разнообразен и немного непривычен для геометра, воспитанного на традициях,

теоремах и чертежах западноевропейской геометрической школы. Первое бросающееся в глаза отличие – это повышенный интерес японских геометров к окружностям и эллипсам. Как правило, ни одна табличка сангаку не обходится без задач об окружностях или кругах (рис. 11 а, б).



Рис. 11

Японскими геометрами были открыты и доказаны многочисленные теоремы о цепях Штейнера, которые в европейской геометрии доказывались с использованием частного случая конформных преобразований – инверсии.



Рис. 12

Характерным было также использование пространственных образов при доказательстве планиметрических теорем. Так, возможно, что в качестве аналога метода инверсии японские математики использовали

стереографическую проекцию. Вообще же метод открытия геометрических теорем, практиковавшийся японскими геометрами, как было сказано выше, основывался на интенсивной и продолжительной концентрации на рассматриваемом чертеже.

На протяжении более чем двух с половиной веков японские математики – профессионалы и любители, мужчины и женщины, молодые и пожилые, создавали то, что, по сути, было витражами, «покрытыми математикой»: деревянные таблички, украшенные прекрасными геометрическими задачами, являвшиеся одновременно и произведениями искусства, и религиозным даром (рис. 12). Так как создатели *сангаку* вывешивали их десятками и сотнями в буддистских храмах и синтоистских святилищах по всей Японии, то все собрание задач *сангаку* стало известно, как *храмовая геометрия, священная математика*.

Ниже предложены несколько несложных геометрических задач сангаку:

Задача 1. Восемь окружностей. *Шесть из восьми кругов имеют очевидные отношения $1:\frac{2}{3}:\frac{1}{3}$ их радиусов (рис. 13). Требуется найти радиус двух наименьших окружностей, зная радиус наибольшей.*

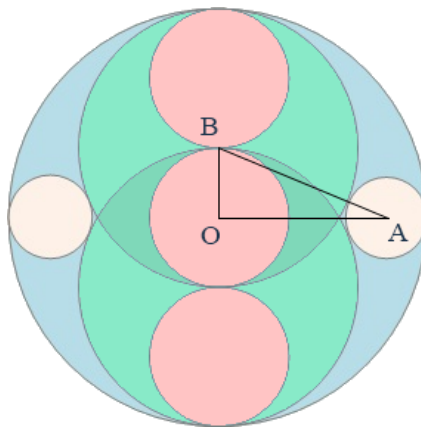


Рис. 13

Решение (авторское). Пусть радиус самой большой окружности равен $R = 3r$. Тогда r – радиус каждой из трех окружностей, расположенных вертикально, а $2r$ – радиус каждого из двух больших пересекающихся двойников. Пусть x – неизвестный радиус маленькой окружности. $\triangle ABO$: $AB = 2r + x$, $OB = r$,

$OA = 3r - x$. По теореме Пифагора: $AB^2 = OB^2 + OA^2$ или $(2r + x)^2 = r^2 + (3r - x)^2$. При выполнении тождественных преобразований и приведении подобных членов, получим $10rx = 6r^2$, откуда $x = \frac{3r}{5}$. Так как $R = 3r$, то радиус наименьшей окружности выражается через радиус наибольшей следующим образом: $x = \frac{r}{5}$.

Задача 2. *Квадрат и окружность в готическом куполе. Две четверти окружности, вписанные в квадрат, образуют фигуру, похожую на готический купол. В него вписан квадрат и окружность, как показано на рисунке 14. Как относятся радиус этой окружности и сторона этого квадрата?*

Решение. Пусть длина стороны большого квадрата равна 1, сторона меньшего $GF = x$ и радиус окружности с центром в точке O равен r .

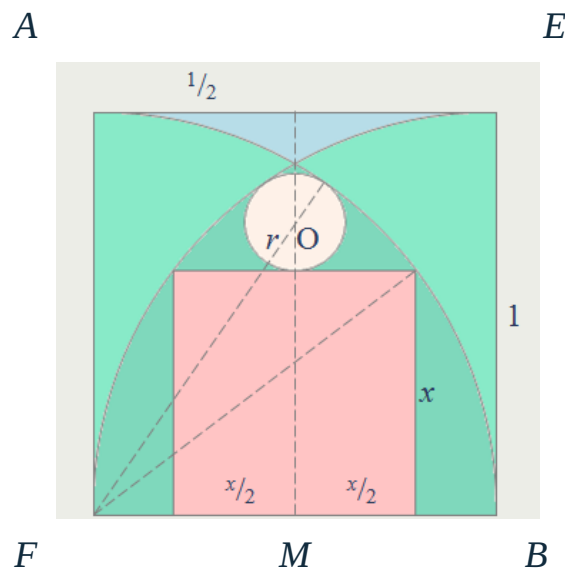


Рис. 14

По теореме Пифагора из $\triangle AFG$ имеем: $1 = \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{2}\right)^2 + x^2$, $1 = \frac{1}{4} + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{4} + x^2$ или $4 = 1 + 2x + x^2 + 4x^2$. Выполнив тождественные преобразования, получим $5x^2 + 2x - 3 = 0$. Единственный положительный корень этого квадратного уравнения $x = \frac{3}{5}$. Применим теорему Пифагора к $\triangle AMO$ и получим:

$$AO^2 = AM^2 + MO^2, (1 - r)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + (x + r)^2, (1 - r)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{5} + r\right)^2.$$

Последнее уравнение сводится к линейному, имеющему корень $r = \frac{39}{320}$. Таким образом, $\frac{r}{x} = \frac{39}{320} : \frac{3}{5} = \frac{13}{64}$.

Задача 3. Две касающиеся окружности и прямая. Две окружности с центрами в точках O_1 и O_2 и радиусами R и r соответственно, касаются друг друга и прямой AB и расположены так, как показано на рисунке 15. Докажите, что $AB = 2\sqrt{Rr}$.

Решение. Соединим центры окружностей с точками касания. ABO_2O_1 – прямоугольная трапеция. Из точки O_2 на AO_1 опустим перпендикуляр O_2F . Четырехугольник ABO_2F – прямоугольник (так как все углы прямые).

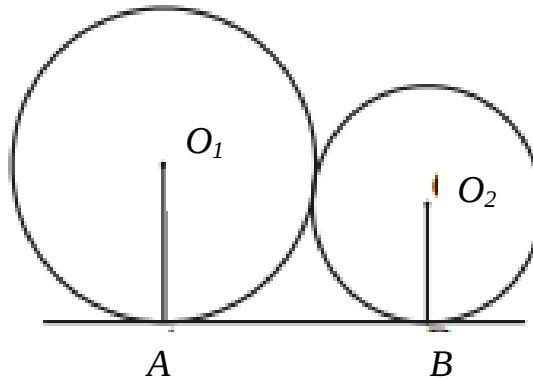


Рис. 15

Поэтому его противоположные стороны равны: $FO_2 = AB$, $AF = BO_2 = r$. В прямоугольном треугольнике O_1O_2F : $FO_1 = AO_1 - AF = R - r$, $O_1O_2 = O_1D + O_2D = R + r$.

По теореме Пифагора: $(O_1O_2)^2 = (FO_1)^2 + (FO_2)^2$, $FO_2 = \sqrt{(O_1O_2)^2 - (FO_1)^2}$, $FO_2 = \sqrt{(R+r)^2 - (R-r)^2} = \sqrt{R^2 + 2Rr + r^2 - R^2 + 2Rr - r^2} = 2\sqrt{Rr}$. Доказано.

Задача 4. Три окружности в квадрате. Дан квадрат и три окружности, размещенные в нем, как показано на рисунке 16. Докажите, что, если две нижние окружности равны, то и верхняя окружность равна им.

Решение. Будем считать, что длина стороны квадрата в некоторых условных единицах длины равна 1. Тогда очевидно, что $BK = \frac{3}{4}$, $KO_1 = \frac{1}{4}$, $BL = \frac{1}{2}$. Докажем, что $LO_3 = \frac{1}{4}$. Полагая $\angle KBO_1 = \frac{\alpha}{2}$, в $\triangle KBO_1$:

$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{KO_1}{BK} = \frac{1}{4} : \frac{3}{4} = \frac{1}{3}$. Очевидно, что $\angle KBM = \angle BML = \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$, в чем можно

убедиться с помощью формулы $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$ и уже найденного значения $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$.

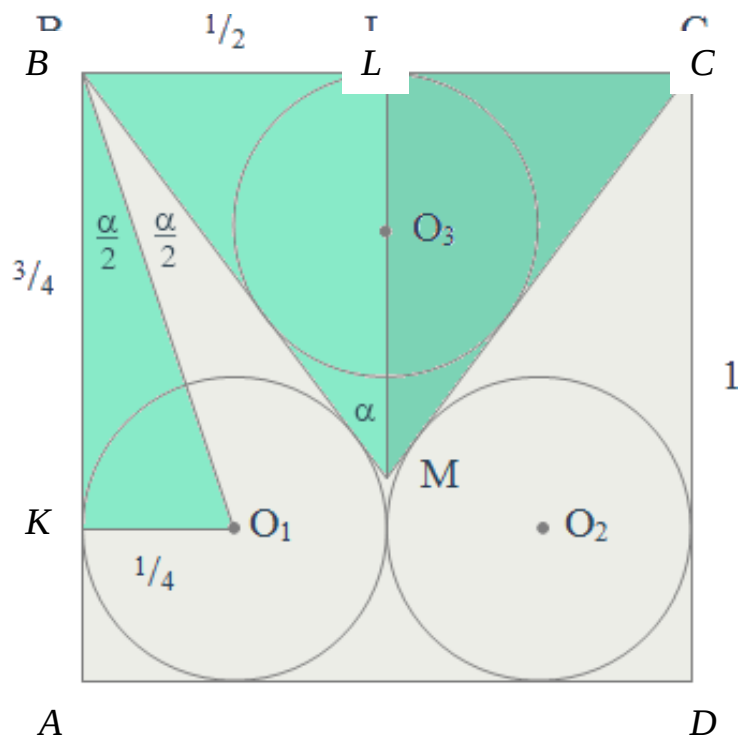


Рис. 16

$$\text{В } \triangle BML: LM = \frac{BL}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{2}{3}, \quad BM^2 = LM^2 + BL^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{36}$$

и $BM = \frac{5}{6}$.

Так как $2S_{\triangle BMC} = BC \cdot ML = P_{\triangle BMC} \cdot LO_3$, то

$$LO_3 = \frac{BC \cdot ML}{P_{\triangle BMC}} = \frac{BC \cdot ML}{BC + 2BM} = \frac{1}{4}, \text{ что и требовалось доказать.}$$

Эпоха Эдо закончилась в 1867 году. Но уже сразу после этого гораздо более эффективная в техническом плане европейская модель сменила китайскую. В Японию стали приглашать иностранных ученых и инженеров, а китайских студентов посылали за границу. Так, из 26 докторов, имевшихся в 1881 году в Японии, 13 ранее учились в Германии, 5 – в Америке, и 4

в Англии. В школах стали вводить европейский набор предметов, активно изучалась физика, отсутствовавшая ранее. То утилитарное отношение к науке, о чем отмечено выше, позволило без всяких трудностей принять европейский вариант развития наук и более эффективно чем европейцы использовать достижения для прикладных целей.

Список литературы

1. Березкина Э.И. Математика Древнего Китая. – М.: Наука, 1980. – 312 с.
2. Васан – японская математика периода Эдо. – Режим доступа: <http://jin.org.ua/article/edomath/> (дата обращения: 5 марта 2017 г.).
3. Горячкин В.В. Очерк по истории математики в Японии. – Владикавказ, 1930. – С. 43–58.
4. История Японии . – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/История_Японии (дата обращения: 29 апреля 2017 г.).
5. Малых А.Е., Мусихина И.В. Приемы решения старинных арифметических задач. – Пермь: ПГПИ, 1999. – 88 с.
6. Раик А.Е. Очерки по истории математики в древности. – М.: Просвещение, 1977. – 370 с.
7. Рыбников К.А. История математики. – М.: МГУ, 1994. –Вып. 2. – 191 с.
8. Священная математика. – Режим доступа: <http://www.shogi.ru/wasan/Fukagawa/index.htm> (дата обращения: 19 февраля 2017 г.).
9. Храмовая геометрия . – Режим доступа: <http://math4school.ru/sangaku.html> (дата обращения: 2 марта 2017 г.).
10. Чистяков В.Д. Сборник старинных задач по математике с историческими экскурсами и подробными решениями. – М.: Минобраз. БССР, 1962. – 204 с.
11. Эйбус Х.Т. История Японии с древнейших времен до наших дней. – М.: Наука, 1968. – 222 с.
12. Fukagava H., Pedoe D. Japanese Temple Geometry Problems. –Winnipeg: Charles Babbage Research Foundation, 1989.
13. Fukagava H., Rigby J. F. Traditional Japanese Mathematics Problems from the 18th and 19th Centuries. – Singapore: Science Culture Technology Press, 2002.
14. Fukagawa H., Rothman T. Sacred Mathematics. Japanese Temple Geometry. – М.: Princeton University Press, 2008.
15. Mikami Y. The Development of Mathematics in China and Japan. – М.: Chelsea New York, 1974. – 107 с.
16. Rothman T. Japanese Temple Geometry. – Scientific American. – 278. – # 5. – 1998. – p. 85–91.
17. Smith D.E., Mikami Y. A History of Japanese Mathematics. – М.: Open Court, 1914. – 288 с.

О НЕКОТОРЫХ НАПРАВЛЕНИЯХ РАЗВИТИЯ КОМБИНАТОРНОЙ ТЕОРИИ ПЕРЕЧИСЛЕНИЯ ВО ВТОРОЙ ПОЛОВИНЕ XIX СТОЛЕТИЯ

А.Е. Малых, Е.И. Галкина

Пермь, ПГГПУ

Аннотация: показан исторический процесс развития биномиальной и полиномиальной теорем. Представлены знания средневековых ученых Индии, Китая, стран ислама, средневековой Западной Европы. Показано, что Б. Паскаль первым установил связь между биномиальными коэффициентами C_n^m . Оценен научный вклад Н.Ньютона и его предшественников в доказательстве биномиальной теоремы и выяснению приложений. Рассмотрено расширение биномиальной теоремы до полиномиальной. Представлен научный вклад в аддитивную теорию разбиений натуральных чисел.

Ключевые слова: *биномиальная теорема; треугольник Паскаля; сочетания; расширение степени бинома; полиномиальная теорема; производящая функция; ряды; перестановки с повторением элементов и без них; теория разбиений.*

ABOUT SOME DIRECTIONS OF DEVELOPMENT OF COMBINATORIAL CALCULATION THEORY IN THE SECOND HALF OF XIX CENTURY

A.E. Malych, E.I. Galkina

Perm, PSHPU

Abstract: the article shows a historical process of development of binomial and polynomial theorems. The contribution of Indian, Islamic and Western European middleage scientists is presented. It's showed that B.Pascal was win, who arranged the connection between binomial coefficients and C_n^m . Scienfital knowledge of I. Newton and his predecessors in this problem is estimated. Extending of binomial theorem to polynomial is examined. Presented scientific investment in the additive theory of partitions.

Keywords: *binomial theorem; triangle of Pascal; compositions; polynomial theorem; generating functions; permutations and combinations with repetition of elements and without of them; the theory of partitions.*

Методы комбинаторики, найдя в XVIII столетии приложение к вопросам алгебры, геометрии, математического анализа, теории вероятностей, проникли и в другие области математики. В свою очередь, под влиянием естественнонаучных дисциплин получил дальнейшее развитие и сам комбинаторный анализ, приняв оперативно-вычислительный характер. Большую роль при этом сыграли: теория определителей, теория чисел, операции с рядами, их обращение; проблемы теоретико-вероятностного характера, а также задачи алгебры и геометрии.

В первые десятилетия XIX века были заложены основы ведущих разделов современного комбинаторного анализа. Наряду с ними получили свое дальнейшее продвижение проблемы, не решенные со времен Г.В. Лейбница, И. Ньютона, Я. Бернулли, А. де Муавра, Л. Эйлера и др. Наиболее развитой к тому времени стала перечислительная часть комбинаторики, являющаяся вместе с тем, и наиболее ранней.

В статье будут указаны геометрическая интерпретация, применение биномиальной и полиномиальной теорем, а также аддитивной теории разбиения натуральных чисел. Уже в начале 30-х гг. XIX столетия появились попытки геометрической интерпретации основных комбинаторных фактов. В работе [7] Ф.А.В. Дистервега перестановки из n элементов рассматривались как всевозможные различные расположения n точек одной прямой; C_n^m имели несколько геометрических представлений: как количество прямых, соединяющих n точек, из которых не более двух точек лежат на одной прямой, или как число отдельных и соединенных частей ограниченной прямой, разделенной n точками (C_5^2 представлено на рисунке 1), или же число

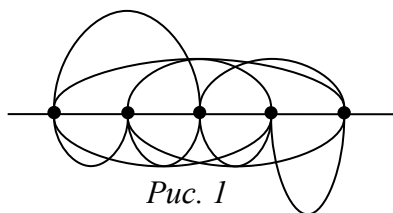


Рис. 1

отдельных и соединенных углов (не считая плоские), образованных из n лучей, имеющих общую вершину (C_5^2 изображено на рисунке 2).

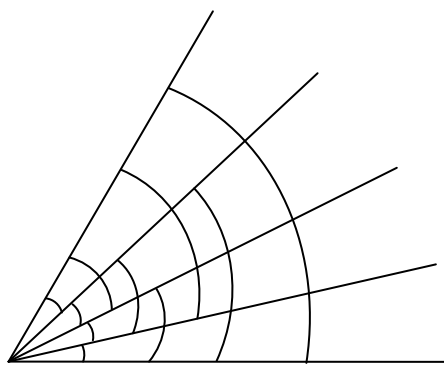


Рис. 2

Вообще число C_n^k Дистервег представил k -угольниками, соединенными прямолинейными отрезками любых k точек из рассматриваемых n . При этом предполагалось, что на одной прямой лежит не более двух точек. Из рассуждений Дистервега следует, что максимальное число или лучей, или пар смежных углов, или максимальное число углов, образующихся при пересечении n прямых, равно $4 \cdot C_n^2$.

Заметим, что в книге Дистервега помещены и геометрические комбинаторные задачи. Аналогичные и в наш XXI век решают школьники на математических олимпиадах разных уровней. Одним из примеров является задача: даны n прямых линий, из которых m параллельны. Каково максимальное число точек пересечения этих прямых?

Решение является довольно простым: если бы из n прямых не было ни одной пары параллельных, то число точек пересечения было бы равно C_n^2 . Но по условию задачи имеется m параллельных прямых. Поэтому столько точек среди C_n^2 будут лишними, сколько максимально могла бы быть при пересечении m непараллельных прямых, т.е. C_m^2 . Следовательно искомое число равно $C_n^2 - C_m^2$.

В работе [1] А.Е. Малых описан исторический процесс развития биномиальной теоремы до начала периода математики переменных величин; вклад многочисленных ученых разных стран мира (Индии, Китая, арабского халифата, средневековой Западной Европы и др.).

В последней трети XVII столетия в связи с проблемой разложения функций в бесконечные ряды вновь появился интерес к биномиальной теореме. Это метод (разложение в бесконечные ряды) имел большое значение для математического анализа, не меньше, чем разрабатывавшиеся методы для нахождения квадратур или касательных или экстремумов.

Николай Меркатор (Кауфман) (≈ 1620 –1687) в 1668 г. получил разложение логарифмической функции $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots$ почленным интегрированием (бесконечно убывающей геометрической) прогрессии $1 - x + x^2 - \dots = \frac{1}{1+x}$. Профессор геометрии Оксфордского университета, один из основателей Лондонского Королевского общества (1663) Джон Валлис (1616–1703) в «Трактате об алгебре» вплотную подошел к открытию биномиального ряда. Он занимался исследованием квадратур, соответствующих интегралам вида $\int_0^1 (1-x^2) dx$ при целых положительных значениях, получив $\frac{\pi}{4} = \int_0^1 (1-x^2)^{\frac{1}{2}} dx$, с использованием интерполирования. Затем ученый с помощью неполной математической индукции обобщил вычисление при всех дробных, а затем отрицательных показателях степеней двучлена. Он подготовил фундамент, на котором впоследствии Исаак Ньютон расширил понятие степени бинома. Затем было установлено, что впервые еще в 1620 г. биномиальный ряд появился в работе «Arithmetica Logarithmica», принадлежащей английскому ученому Генри Бриггсу (≈ 1566 –1630).

Джеймс Грегори (1638–1676) – шотландский математик и астроном, член Лондонского Королевского общества относится к числу первых исследователей, приблизившихся к биномиальному разложению. Вслед за М. Меркатором и И. Ньютоном он для вычисления площадей криволинейных фигур использовал ряды. Почти одновременно, но независимо друг от друга Грегори и Ньютон доказали биномиальную теорему, а также

выполнили разложение в степенные ряды функции

$$\arctg x, \sec x, \ln tg x, \ln \sec x, \ln \frac{1+x}{1-x}.$$

Рассматривая историю биномиальной теоремы, можно сделать вывод о том, что всякое важное открытие не возникает неожиданно в голове исследователя, а подготавливается работой предшественников быть может долгой и часто безызвестной. И. Ньютон как-то заметил, что не достиг бы таких великих открытий, если не стоял бы на плечах гигантов.

Формула разложения рациональной степени бинома в ряд была найдена Ньютоном. Для произвольного c она имела вид:

$$(a-x)^c = a^c + ca^{c-1}x + \frac{c(c-1)}{2}a^{c-2}x^2 + \frac{c(c-1)(c-2)}{2 \cdot 3}a^{c-3}x^3 + \dots$$

Однако ученый не смог представить ее доказательство. Его мемуар «Об анализе с помощью уравнений с бесконечным числом членов», посвященный квадратурам различных кривых, был опубликован лишь в 1741 г. Сам «Анализ» Ньютон по личным мотивам не хотел публиковать, но по настоятельной просьбе И. Барроу послал рукопись ученому книготорговцу Коллинсу для ознакомления через него с его содержанием более широких кругов научной общественности. Специалисты, которые знали о работе, уже на тот момент обратили на нее внимание. Но она так и не была опубликована, поэтому большой известности не приобрела. Свою формулу Ньютон считал одной из самых значительных проблем, решить которую, он был бы рад. От нее в дальнейшем он пришел к интегральному исчислению.

В течение XVIII в., Л. Эйлер (1707–1783) из биномиального разложения строил теорию рядов. Коэффициенты бинома ученый называл «характеристиками». В 1821 году О. Коши (1789–1857) дополнительно установил интервал сходимости биномиального ряда, тем самым повторил выводы Эйлера. Нильс Генрих Абель (1802–1829) выполнил исчерпывающее исследование биномиального ряда, что послужило началом формирования степенных рядов в комплексной области (1826).

Известно, что функции можно представить как суммы бесконечных степенных рядов. Благодаря этому было выполнено систематическое исследование огромного числа функций. Начиная с 60–70 гг. XVII в. это открытие стало необходимым орудием ученых, как и бесконечно малые величины, умение дифференцировать и интегрировать степенную функцию вместе с ее представлением суммой степенного ряда. Все это открывало пути не только к решению множества трудных задач, но и постановке новых проблем.

Биномиальная теорема может быть обобщена на случай большего числа членов. Другими словами, речь идет о возведении многочлена в натуральную степень. Поэтому теорема называется *полиномиальной*. Этот термин впервые использовал Г.В. Лейбниц в письме к И.И. Бернулли (1695). Последний ученый, когда познакомился с анализом работы Абрахама де Муавра, которая была опубликована в журнале «*Philosophical Transactions*» (1697, с. 619), назвал полиномиальную теорему «золотым правилом». В работе Муавра была доказана теорема о том, что полином можно записать в двух совершенно разных формах: а) в виде суммы n одночленов; б) в виде производящей функции для z . В первой разложение полинома степени k имеет вид

$\sum C_{\varepsilon} a_1^{\alpha_1} a_2^{\alpha_2} \dots a_n^{\alpha_n}$. Тогда справедлива запись

$$(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n)^k = \sum C_{\varepsilon} a_1^{\alpha_1} a_2^{\alpha_2} \dots a_n^{\alpha_n} \quad (1)$$

при условии, что $\sum_{i=1}^n \alpha_i = k$. Она является характеристическим свойством для

произведения натуральных степеней чисел, стоящих в правой части (1), а значение C_{ε} может быть выражено через степень k каждого члена, потому что, выбирая из k факториалов любое число α , повторяющееся α_1 раз; далее из оставшихся $(k - \alpha_1)$ факториалов выбирают повторяющееся α_2 раз и т.д.

Для того чтобы получить число способов, которым может быть выполнен такой выбор, необходимо воспользоваться правилом произведения:

$$(\alpha_1^k)(\alpha_2^{k-\alpha_1})\dots(\alpha_n^{k-(\alpha_1+\alpha_2+\dots+\alpha_n)}). \quad (2)$$

Заметим, что произведение (2) может быть упорядочено по возрастающим значениям α_i . Поэтому коэффициент C_ε определяется по формуле

$$(\alpha_1^k)(\alpha_2^{k-\alpha_1})\dots(\alpha_n^{k-(\alpha_1+\alpha_2+\dots+\alpha_n)}) = \frac{k!}{\alpha_1! \alpha_2! \dots \alpha_n!}.$$

Тогда выражение (1) можно переписать:

$$(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n)^k = \sum_{\alpha} \frac{k!}{\alpha_1! \alpha_2! \dots \alpha_n!} a_1^{\alpha_1} a_2^{\alpha_2} \dots a_n^{\alpha_n}, \quad (3)$$

где $\sum_{i=1}^n \alpha_i = k$. Это значит, что в сумме $\sum_{i=1}^n \alpha_i = k$, представляющей все значения n для α_n , могут быть только $\alpha = 0$ или α – натуральное число [13].

Например, рассмотрим $(a + b + c)^5$. В этом случае $k = 5$ и $n = 3$. Значит, нужно представить число 5 всевозможными способами в виде трех слагаемых, различных или повторяющихся. Число таких способов разбиения: $5 = 5 + 0 + 0$, $5 = 4 + 1 + 0$, $5 = 3 + 1 + 1$, $5 = 3 + 2 + 0$, $5 = 2 + 2 + 1$. Найдем число перестановок с повторениями элементов для каждого из случаев, используя коэффициент под знаком суммы в правой части соотношения (3). Получаем коэффициенты C_ε

$$\text{при членах разложения: } C_1 = \frac{5!}{5! \cdot 0! \cdot 0!} = 1; \quad C_2 = \frac{5!}{4! \cdot 1! \cdot 0!} = 5; \quad C_3 = \frac{5!}{3! \cdot 1! \cdot 1!} = 20;$$

$$C_4 = \frac{5!}{3! \cdot 2! \cdot 0!} = 10; \quad C_5 = \frac{5!}{2! \cdot 2! \cdot 1!} = 30.$$

С учетом того, что показатели степеней при основаниях обладают перестановочным свойством, полиномиальное разложение 5-й степени рассматриваемого трехчлена имеет вид:

$$(a + b + c)^5 = a^5 + b^5 + c^5 + 5a^4b + 5a^4c + 5b^4c + 5ab^4 + 5ac^4 + 5bc^4 +$$

$$+ 20a^3bc + 20ab^3c + 20abc^3 + 10a^3b^2 + 10a^3c^2 + 10b^3c^2 + 10a^2b^3 + 10a^2b^3 +$$

$$+10b^2c^2 + 30a^2b^2c + 30b^2c^2a + 30c^2a^2b.$$

Вторая форма полиномиальной теоремы записывается с использованием производящей функции:

$$a_0 + a_1z + a_2z^2 + \dots + a_nz^n = \sum_{\alpha} A_{\alpha} \cdot z_{\alpha}. \quad (4)$$

В правой части её под знаком суммы коэффициент A_{α} представляет ряд слагаемых вида $C_{\chi} a_0^{\chi_0} a_1^{\chi_1} \dots a_n^{\chi_n}$. В этом случае для показателей степеней при α_i

$(i = \overline{0; n})$ имеют место соотношения $\chi_0 + \chi_1 + \dots + \chi_n = k$, $0 \cdot \chi_0 + 1 \cdot \chi_1 + \dots + n \cdot \chi_n = \alpha$. Значения C_{χ} могут быть определены через

факториалы следующим образом $C_{\chi} = \frac{k!}{\chi_0! \cdot \chi_1! \cdot \dots \cdot \chi_n!}$. Следовательно, формулу

(4) можно представить в виде

$$a_0 + a_1z + a_2z^2 + \dots + a_nz^n = C_{\chi} a_0^{\chi_0} a_1^{\chi_1} \dots a_n^{\chi_n} z^{\alpha},$$

где суммирование производится по всем χ_i .

При дальнейшем изучении полиномиальной теоремы возник ряд вопросов: каково число членов в разложении полинома $(a_1 + a_2 + \dots + a_n)^k$; сколько среди них различных и др. Над ними работал Христиан Брианшон (1783–1864). Решение первой задачи он нашел, придав каждому a_i ($i = \overline{0; n}$) значение 1, т.е. $a_1 = a_2 = \dots = a_n = 1$. Тогда получится выражение n^k , т.е. число размещений с повторениями $\tilde{A}_n^k = n^k$. Решая вторую задачу, весьма подробно обсуждаемой Брианшоном, оказалось, что каждый из членов разложения (3) является суммой сочетаний k -го класса, содержащего n элементов с неограниченными повторениями. Найденное число выражается формулой для подсчета сочетаний $\tilde{C}_n^k$ с повторениями элементов. Оно может быть приведено к подсчету сочетаний $\tilde{C}_n^k = C_{n+k-1}^k$ без повторения элементов.

Другие ученые также проводили аналогичные исследования полиномиальной теоремы. Например, один из них – Л. Эттингер (1797–1869)

смог ответить на ряд сформулированных ниже вопросов, продолжив тем самым исследования современников. К ним относились: каково количество слагаемых, у которых элемент a_α встречается, по крайней мере, в r -й степени; среди которых имеется элемент a_α в степени, большей r ; в которых a_α встречается в степени r ; элемент a_α встречается в r -й или $(r + s)$ -й степенях; каково число всех оставшихся членов?

Все ответы на эти вопросы были получены для $a_\alpha = a_n$, учитывая, что полиномиальное разложение представлено в виде

$$(a_1 + a_2 + \dots + a_n)^k = (a_1 + \dots + a_{n-1})^k + \binom{k}{1}(a_1 + \dots + a_{n-1})^{k-1}a_n + (a_1 + a_2 + \dots + a_n)^k = \\ = (a_1 + \dots + a_{n-1})^k + \binom{k}{1}(a_1 + \dots + a_{n-1})^{k-1}a_n + \binom{k}{2}(a_1 + \dots + a_{n-1})^{k-2}a_n^2 + \dots$$

Так, найденное им значение $\binom{k}{r}(n-1)^{k-r} + \binom{k}{r+1}(n-1)^{k-r-1} + \dots + k(n-1) + 1$ дает ответ на первый поставленный вопрос, а $\Gamma_{n-1}^{(k-r)} + \Gamma_{n-1}^{(k-r-1)} + \dots + \Gamma_{n-1}^{(1)} + \Gamma_{n-1}^{(0)} =$

$$= \binom{n+k}{n} \binom{r-2}{2} + \binom{n+k}{n} \binom{r-3}{2} + \dots + \binom{n}{n} \binom{1}{2} + \binom{n}{n} \binom{2}{2} = \binom{n+k}{n} \binom{r-1}{1} -$$

на второй.

Заметим, что полученные ответы нами даны в авторской записи. В ней выражение $\binom{k}{r}$ означает C_k^r , а $\Gamma_{n-1}^{(k-r)} - \tilde{C}_{n-r}^{k-r}$ соответственно.

Исследование полиномиальной теоремы и ее свойств затрудняется тем, что каждый из ученых в процессе работы вводил свои обозначения. Среди них были Хр. Крамп, А. Крелль, Дж. Вейнгартнер, А. Вейсс, А. Этинхаузен и другие. Полученные результаты показывают, что изучение биномиальной и полиномиальной теорем продолжалось, по крайней мере, во второй половине XIX столетия; были получены не только новые научные факты, но и найдены многочисленные приложения.

Н.Н. Медведева в диссертации по формированию и развитию аддитивной теории разбиений в XIX столетии [12] указала основное направление развития этой теории. Рассмотрим коротко наиболее важные моменты.

Значительный вклад в развитие аддитивной теории разбиений во второй половине XIX в. внесли английский математики Джеймс Джозеф Сильвестр (1814–1897) и Артур Кэли (1821–1895). Труды последнего изданы в 13 томах. Дж. Сильвестр назвал Кэли «Дарвином английской математической науки». По огромному объему научных работ европейские ученые называли его «Эйлером XIX столетия». Круг интересов А.Кэли был очень разнообразен: алгебра, дифференциальные уравнения, эллиптические функции, теория сингулярных решений дифференциальных уравнений, шаровые функции, матричное исчисление, теория графов, комбинаторный анализ и др.

Первоначально Дж. Сильвестра и А. Кэли разбиения интересовали как аппарат, удобное средство для решения других задач. Одной из первых их работ в этом направлении стала статья 1853 г. Дж. Сильвестра «On Mr. Cayley's impromptu demonstration of the rule for determining at sight the degree of any symmetrical functions of the roots of an equation expressed in terms of the coefficients» [16], где ученый отметил, что разбиения чисел тесно связаны с симметрическими функциями корней алгебраического уравнения, о чем писал еще Г.В. Лейбниц.

Дж. Сильвестр сформулировал утверждение: количество разбиений числа n не более чем с m частями равно количеству разбиений числа n , в которых нет частей, превосходящих m . Он сообщил, что эта теорема, а также простая демонстрация, позволяющая установить ее истинность, стали ему известны от Н.М. Ферре (N.M. Ferrers), а тот, в свою очередь, познакомился с ней, разбирая кембриджские бумаги Дж. Адамса. Для демонстрации утверждения автор рассмотрел особый вид разбиений, которые впоследствии были названы сопряженными. Последние разбиения, а также их графическое представление в теории разбиений постепенно стали играть огромную роль. Сильвестр разработал графический метод доказательства теорем о разбиениях, опираясь на эти понятия [19]. Анализируя одну из своих работ, Сильвестр отметил, что допустил в ней при расчетах некоторые неточности и поэтому решил заострить на них внимание. В процессе рассуждений ученый пришел к выводу о том, что

изучение проблемы взаимного расположения геометрических мест точек тесно связано с подсчетом не только обычных, но и *многомерных разбиений* (двойных, тройных и т.д.). Это открытие стало для него значимым.

Заметим, что обнаружив такие факты, Сильвестр и Кэли задались вопросом: как наиболее удобно отыскать множество разбиений числа. В 1855 г. А. Кэли опубликовал статью «Researches on the partition of numbers» [3]. В ней автор получил независимые формулы для подсчета разбиений числа q на заданные части $a, b, c, \dots$. Их число он обозначил символом $P(a, b, c, \dots)q$, который является, по его мнению, коэффициентом при x^q в разложении дроби

$$\frac{1}{(1-x^a)(1-x^b)(1-x^c)\dots}$$
 по возрастающим степеням x . Заметим, что этот факт

был установлен еще Л. Эйлером раньше более, чем на 100 лет. Кэли писал, что даже в случае $a=b$ разбиения $a+a+a+\dots$ и $a+a+b+\dots$ числа q нужно считать различными. В этот период А. Кэли разработал метод, позволяющий найти независимые формулы для подсчета количества разбиений на любые части с их повторениями. Заметим, что частные результаты были получены Л. Эйлером, А. де Морганом, Дж. Гершелем. Однако им не удалось получить независимые формулы для нахождения всех разбиений более чем на пять частей 1, 2, 3, 4, 5. Заметим, что с ростом количества частей резко увеличивается сложность их исследования.

А. Кэли и Дж. Сильвестр разработали собственные методы подсчета разбиений, необходимые им для решения других задач (составление квадратичных форм, изучение связи корней алгебраического уравнения с коэффициентами и др.). В дальнейшем разбиения стали интересовать их как объект самостоятельного изучения. Они систематически исследовали разбиения: разрабатывали способы их подсчета, вводили новые виды, выясняли взаимосвязи между ними и т.д. Сильвестр высказывал восхищение новым разделом математики. В 1859 г. в Лондонском Королевском колледже он прочитал семь лекций о разбиениях, в которых обобщил все известные к тому времени сведения о них, а также представил свои результаты в этой области.

Получается, что к концу 50-х годов XIX в. закончился этап развития аддитивной теории разбиений, в течение которого происходила разработка методов и способов подсчета разбиений: производящие функции (Л. Эйлер), комбинаторные соединения особого вида (М. Штерн), уравнения в конечных разностях (А. де Морган, Дж. Гершель). На основе производящих функций и результатов Гершеля А. Кэли предложил круговой метод подсчета разбиений, введя простой циркулятор. Дж. Сильвестр рассмотрел понятие «волны» – особого вида производящих функций – и установил ее связь с простым циркулятором.

Работа «A constructive theory of partitions, arranged in three acts, an interact and an exodion» [18] была последней наиболее крупной и значимой работой Дж. Сильвестра, посвященной теории разбиений. Здесь нашли отражение результаты многолетнего труда автора, а метод доказательства, разработанный ученым, входит во все современные пособия по теории разбиений [19].

У А. Кэли также больше не было крупных работ по этой теме. В 1884 г. он подготовил статью, посвященную теории разбиений в Encyclopedia Britannica [3]. В ней он сообщил, что понятие разбиения натурального числа введено Эйлером, а часть математики, где рассматриваются разбиения, относится к теории чисел. А. Кэли указал, что разбиения можно распределить по разным классам: на данное или не более данного числа частей, на повторяющиеся или без повторений, только на четные (нечетные) части и т.д. Кроме того, автор привел несколько примеров производящих функций для отыскания числа того или иного вида разбиений.

В небольшой работе 1884 г. «Note on a partition-series» [3] Кэли рассмотрел несколько следствий из теорем о производящих функциях, рассмотренных Сильвестром в [20]. А. Кэли привел таблицы неунитарных разбиений, части которых не содержат единицы. Они были необходимы ему для исследований по теории алгебраических форм. Из других авторов, работавших после них, наиболее заметный след в теории разбиений оставили английский математик П.А. МакМагон, а также Бриоски, Беллавитис и др.

Список литературы

1. Bour C. W. Combinationslehre. – Zeltschrift für Mathematik und Physik.– 1857. Jahrgang 2. – S. 267–269.
2. Cantor M. Über eine combinatorische Aufgabe. – Zeltschrift für Mathematik und Phzsik. – 1857. – Jahrgang 2. – S. 103–107.
3. Cayley A. Note on a partition-series. – The collection mathematical Papers. – Cambridge: at the University press, 1897. – Vol. XII. – P. 217–219.
4. Cayley A. Researches on the partition of numbers // Philos. Trans. R. S. of London., 1856. – V.145. – P. 127–149.
5. Dicson L.E. History of the theory of numbers. 1934. – Vol. 1. – Chapter V. – P. 113–114; 1934. – Vol. II. – Chapter II–III.
6. Disterweg T.A.W. Geometricshe Combinationslehre, Elberfeld, 1820.
7. Mac Mahon P.A. Certain special partitions of numbers // Quart, J. of Math. 1866 – V.21. – P. 367–373.
8. MacMahon P.A. The theory of perfect partition of numbers // Mess. of Math. (2), 1890. – V. 20. – P. 103–119.
9. MacMahon P.A. Memoir on the theory of the compositions of numbers // Phill.Trans.R. Soc. of London (A), 1897. – V. 187. – P. 619–673.
10. MacMahon P.A. Self-conjugate permutations // Mess. of Math. (2), 1895. – V. 24. – P.69–76.
11. Малых А.Е. Из истории биномиальной теоремы // Ярославский педагогический вестник. Т. III (естественные науки). Ярославль: ЯГПУ, 2010. – №3. – С.25–31.
12. Малых А.Е., Янкович Е.И. Теоретические основы элементарной комбинаторики: формирование и развитие // «История науки и техники» М.: Гостехлитздат, 2012. – №11. – С. 12–21.
13. Медведева Н.Н. Формирование и развитие аддитивной теории разбиений в XIX столетии: дисс. ... канд. физ.-мат. наук, 2011.
14. Netto E. Lehrbuch der Combinatorik. – Leipzig, 1901. – Kap. 2. – S. 45–63.
15. Ньютон И. Математические работы / Пер. и коммент. Д.Д. Мордухай-Болтовского. – М.–Л.: ОНТИ, 1937.
16. Stern M.A. Combinatorische Bemerkung. – Götiengen, 1846.
17. Stern M.A. Ein combinatorischer Satz. // J. für die reins und angew. Math., 1883. – Bd. 95. – S. 102–104.
18. Sylvester J.J. On Mr Cayley's impromptu demonstration of the rule for determining at sight the degree of any symmetrical functions of the roots of an equation expressed in terms of the coefficients. – The collection mathematical Papers. – Cambridge: at the University press, 1908. – Vol. I. – P. 595–598.

19. Sylvester J.J. On a discovery in the partition of number // Quart. J. of Math., 1857. – V. 1. – P. 81–84.
20. Sylvester, J.J. A constructive theory of partitions, arranged in three acts, an interact and an exodion. – The collection mathematical Papers. – Cambridge: at the University press, 1912. – Vol. IV. – P. 1–83.
21. Эндрюс, Г. Теория разбиений / Пер. Б.С. Стечкина. – М.: Наука, 1982.
22. Wallis J. Opera mathematica. – Oxford, 1695–1699. – V. 1–3.
23. Weiss Ad. Einige Aufgaben aus der Combinationslehre // J. für die reins und angew. Math., 1847. – Bd. 34. – S. 255–263; 1849. – Bd. 38. – S. 107–147.

ВКЛАД М.В. ЛОМОНОСОВА В РАЗВИТИЕ МЕХАНИКИ

М.С. Ананьева, Ю.Д. Еремеева

Пермь, ПГГПУ

Аннотация: представлены исследования русского естествоиспытателя Михаила Васильевича Ломоносова, полученные в области механики.

Ключевые слова: *механика; история механики; М.В. Ломоносов.*

CONTRIBUTION OF M.V. LOMONOSOV IN DEVELOPMENT OF MECHANICS

M.S. Ananyeva, J.D. Eremeeva

Perm, PSHPU

Abstract: the investigation of the Russian natural investigator Mikhail Vasilyevich Lomonosov obtained in the field of mechanics are presented.

Keywords: *mechanics; history of mechanics; M.V. Lomonosov.*

Механика – научная дисциплина, изучающая движение материальных тел и взаимодействие между ними во времени и в пространстве. Ее долгая история с древнегреческих времен богата именами ученых, их открытиями и изобретениями. В настоящей статье представлены результаты исследования вклада первого отечественного естествоиспытателя М.В. Ломоносова в развитие механики.

Основоположителем механики считается древнегреческий математик и инженер – Архимед (287–212 до н.э.). В ее истории принято выделять три периода [2]:

– начальный (до XVII в.) – время поисков решения конкретных практических задач, стремления к описанию и объяснению наблюдаемых явлений;

– переходный (XVII в. – середина XVIII в.), когда расширялся круг решаемых задач, строились первые механико-математические теории о движении и равновесии тел;

– аналитический (с середины XVIII в.) – период создания математического аппарата механики на основе методов математического анализа, введенных принципов движения, установленных физических законов; период разработки *теоретической* механики из запросов техники (рис. 1).

Ученые математики-механики периода классической науки (см. рис. 1): Галилео Галилей (1564–1642), Иоганн Кеплер (1571–1630), Рене Декарт (1596–1650) и Христиан Гюйгенс (1629–1695). Главный теоретик – английский ученый Исаак Ньютон (1642–1727). В его фундаментальном труде «Математические начала натуральной философии» (1687) изложен закон всемирного тяготения и три основных закона механики, называемой классической. О себе и своих выдающихся результатах Ньютон говорил, что он видит дальше других, потому что стоит на плечах гигантов. Одновременно с ним разработкой математических методов занимался немецкий ученый Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646–1716).

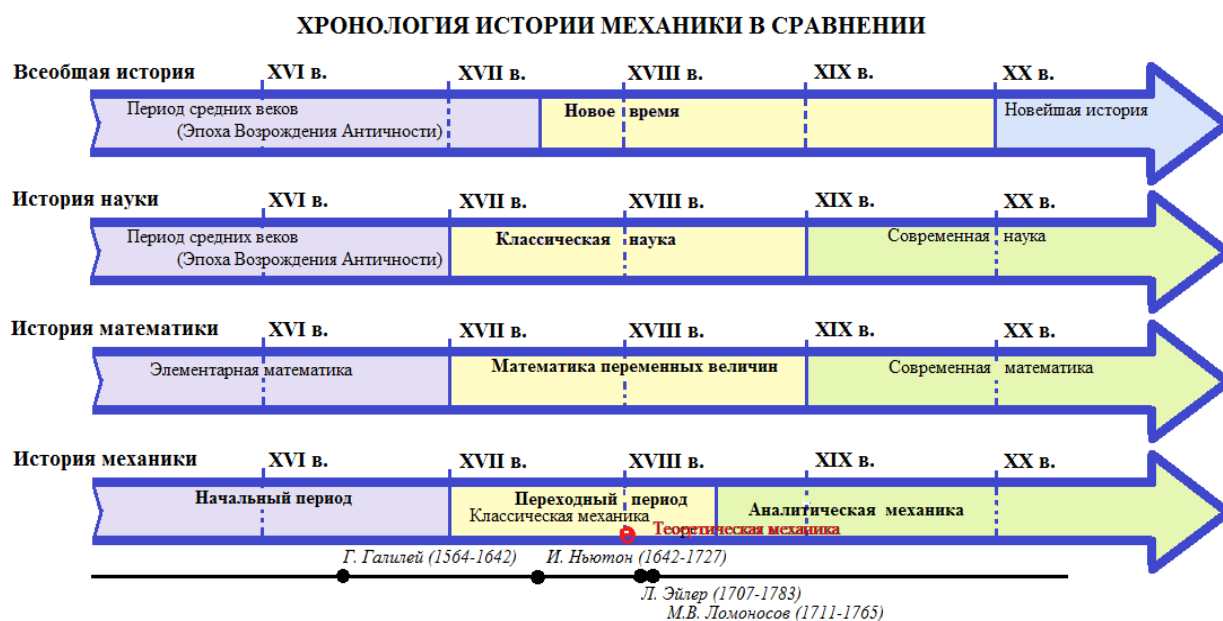


Рис. 1. Хронологическая линейка

К основным понятиям дисциплины относятся следующие: *материальная точка* (геометрическая точка, обладающая массой), *абсолютно твердое тело* (тело, у которого расстояние между любыми двумя точками всегда остается неизменным), *свободное твердое тело* (тело, движение которого не ограничено другими телами), *сила* (мера механического действия одного тела на другое). Фундамент дисциплины составляют законы механического движения, соответствующие наблюдениям и опыту человечества.

Приведем основные законы и принципы движения, принятые в классической механике, введенные Ньютоном, его предшественниками и современниками:

- *закон инерции*: материальная точка, изолированная от действия других материальных тел, сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения;

- *основной закон динамики*: сила, действующая на материальную точку, вызывает ускорение, пропорциональное модулю этой силы и направленное вдоль линии ее действия;

- *закон равенства действия и противодействия*: силы, с которыми действуют друг на друга две материальные точки, равны по модулю и направлены по прямой, соединяющей эти точки, в противоположные стороны;

- *независимость действия сил*: если на материальную точку действует система сил, то ускорение точки равно геометрической сумме тех ускорений, которые точка имела бы при действии каждой силы в отдельности [3];

- *пропорциональность силы тяжести массе тела* (или в данной точке пространства – весу) независимо от его природы;

- *закон сохранения количества механического движения*.

Значительный вклад в развитие механики внес отечественный ученый Леонард Эйлер (1707–1783), автор множества научных работ по математическому анализу, дифференциальной геометрии, приближенным вычислениям, небесной механике, математической физике, оптике, баллистике,

кораблестроению. В 1727 г. он прибыл из Швейцарии в Петербургскую академию наук. В 1731–1741 гг. служил в должности профессора физики, в 1736 г. было издано его двухтомное сочинение «Механика, или наука о движении, изложенная аналитически», ставшее впоследствии популярным. В 1766 г. после длительного пребывания в Берлине Эйлер вернулся в Россию и продолжил работать.

Михайло Васильевич Ломоносов (1711–1765) был зачислен студентом университета при Петербургской академии наук в 1736 г. и в тот же год отправлен в Германию, где, обучаясь в Марбургском университете (1736–1739), получил основы знаний по механике. Он слушал лекции Христиана фон Вольфа (1679–1754) по математике, физике, механике, логике и астрономии, дополнительно брал уроки арифметики, геометрии и тригонометрии (рис. 2) [4].



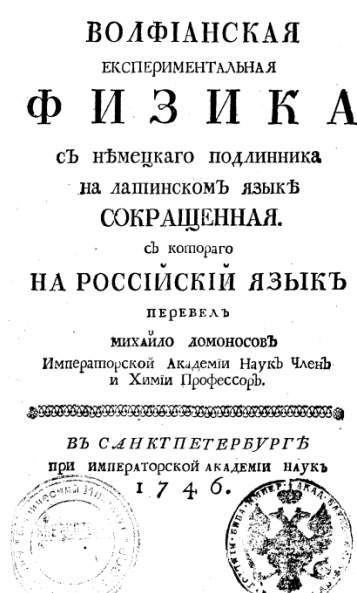
Рис.2. М.В. Ломоносов

Вольф отзывался о своем студенте: «Молодой человек с прекрасными способностями Михаил Ломоносов со времени своего прибытия в Марбург прилежно посещал мои лекции математики и философии, а преимущественно физики и с особенною любовью старался приобретать основательные познания. Нисколько не сомневаюсь, что если он с таким же прилежанием будет продолжать свои занятия, то он со временем, по возвращении в отечество, может принести пользу государству, чего от души и желаю» [3].

После окончания Марбургского университета Ломоносов обучался горному делу. В 1741 г. вернулся в Санкт–Петербург. В годы отсутствия в Санкт–Петербурге Л. Эйлера (1741–1766) вел с ним активную переписку.

В 1746 г. вышла в свет «Экспериментальная физика» Х. Вольфа, переведенная Ломоносовым на русский язык. В предисловии к учебному пособию написано (рис. 3): «Сверх сего принужден я был искать слов для наименования некоторых физических инструментов, действий и натуральных вещей, которые хотя сперва покажутся несколько странны, однако надеюсь, что они со временем чрез употребление знакомее будут» [1].

Так, благодаря М.В. Ломоносову, в русских учебниках по математике и физике появились термины: движение, диаметр, квадрат, минус, опыт, ось, полюс, предмет, пропорция, равновесие, радиус, сферический, формула, чертеж, явление и др.



(П Р Е Д И С Л О В І Е .)

переведена на Россійскій языкѣ, чтобы поней показывать и полководать физическіе опыты; и потому она на Латинскомъ языкѣ весьма коротко и тѣсно писана, чтобы, для удобнѣйшаго употребленія ученика, вмѣстѣ съ ней приложить нѣкоторыя, какъ ужъ выше упомянуто. Притомже, сокращитель сѣхъ опытовъ въ нѣкоторыхъ мѣстахъ писалъ весьма неясно, которыхъ въ Россійскомъ переводѣ это силѣ моею старался я изобразить яснѣе. Сверхъ сего принужденъ я былъ искать словъ для наименованія нѣкоторыхъ физическихъ инструментовъ, действий и натуральныхъ вещей; которыхъ хотя сперва покажутся нѣсколько странны, однако надеюсь, что они со временемъ чрезъ употребленіе знакомѣе будутъ.

Окончивъ сѣ опыты искреннаго сердца желаю, чтобы по мѣрѣ обширнаго сего государства высокія науки въ немъ распространялись, и чтобы въ сынахъ Россійскихъ къ онымъ охота и ревность равнообразно умножилась.



СОКРАЩЕННАЯ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ
ФИЗИКА.

В С Т У П Л Е Н І Е .

§. 1.

Експериментальная Физика есть наука о всемъ томъ, что чрезъ опыты познашь можно.

§. 2.

Сію науку употребляютъ для познанія природы и художествъ, къ постановленію новыхъ, или къ изслѣдованію старыхъ изобрѣшеній.

А

§. 3.

Рис. 3. Вольфианская экспериментальная физика

В области физики Ломоносов занимался большей частью вопросами атмосферного электричества, земного тяготения, теории упругости, теории газов, теории теплоты. В разное время появились его работы: «Заметки о тяжести тел», «Об отношении массы и веса», «Об отношении количества материи и веса» и др.

Ученый применял математические методы в физике («Теория электричества, изложенная математически», 1756) и химии («Элементы

математической химии», 1741). Он считал, что все изменения тел, основу которых составляют элементы – атомы, которые, соединяясь между собой, образуют корпускулы – молекулы, происходят посредством движения [2].

В области механики Ломоносов получил немного результатов. Он пытался сформулировать наиболее общие законы механического движения. Ученый стремился расширить применение законов механики в физике и химии, а также открыть еще неизвестные закономерности – общие для всего многообразия механических форм движения.

Для истории механики наибольший интерес представляют сведения относительно одного из принципов движения и закона сохранения. Ломоносов не был во всем согласен с Ньютоном: в 1748 г. он выступил против утверждения, что сила тяжести (вес тела) пропорционален его массе. Вывод Ньютона основан на следующем эксперименте. В дверном проеме комнаты были подвешены два маятника одинаковой длины, изготовленных из разных материалов. Оказалось, что маятники всегда колебались изохронно. Это и означало справедливость физического закона.

Михайло Васильевич считал, что трудность существует в объяснении факта сохранения веса. В 1755 г. он даже предложил выдвинуть задачу экспериментальной проверки гипотезы Ньютона на премию Академии наук. В научных кругах такая постановка задачи встретила возражения, не поддержал даже Л. Эйлер, который обычно был на его стороне [2].

Ломоносов, по-видимому, был уверен, что «всеобщий закон сохранения» одинаков и для мельчайших частиц тел, и для самих тел. Он неоднократно проделывал химические опыты: сжигал металл в закрытых колбах, и пришел к выводу, что количество вещества не увеличивается и не уменьшается, а всегда остается одним и тем же. Он считал, что в силу всеобщности закон должен быть распространен и на механическое движение.

Первые заметки о *законе сохранения материи* появились у Ломоносова в «Размышлениях о причине теплоты и холода» (1747), формулировка – в письме к Эйлеру от 5 июля 1748 г. Она звучит так: «... все встречающиеся

в природе изменения происходят так, что если к чему-либо нечто прибавилось, то это отнимается у чего-то другого. Так, сколько материи прибавляется к какому-либо телу, столько же теряется у другого, сколько часов я затрачиваю на сон, столько же отнимаю от бодрствования. Так как это всеобщий закон природы, то он распространяется и на правила движения: тело, которое своим толчком возбуждает другое к движению, столько же теряет от своего движения, сколько сообщает другому, им двинутому» [3].

В 1758 г. в докладе «Об отношении количества материи и веса» Ломоносов сделал вывод: «тяжесть тел не пропорциональна количеству вещества» (при химических реакциях). Мерой количества вещества была масса, термин «материя» стал употребляться в конце XIX в. В истории закона сохранения энергии и массы Ломоносову по праву принадлежит первое место [5]. Доводы ученого относительно принципа Ньютона отчасти можно объяснить отсутствием в те времена одной общепринятой количественной меры силы. Для описания механического движения использовались две: предложенная Р. Декартом mv и выведенная Г.В. Лейбницем mv^2 . Очевидно, что Ломоносов рассматривал и другие формы движения: физическое, химическое.

В 1760 г. в диссертации «Рассуждение о твердости и жидкости тел» Ломоносов впервые, по мнению П.Л. Капицы [2], сформулировал частный случай «всеобщего закона сохранения» – *закон сохранения силы*: «Сей всеобщий естественный закон простирается и в самые правила движения; ибо тело, движущее своею силою другое, столько же оные у себя теряет, сколько сообщает другому, которое от него движение получает».

Михайло Васильевич Ломоносов внес вклад в развитие всего естествознания. Он исследовал атмосферное электричество, стал создателем физической и математической химии, конструктором оптических приборов. Введенный им «всеобщий закон сохранения» нашел применение во многих естественнонаучных дисциплинах.

Список литературы

1. Вольфианская экспериментальная физика с немецкого подлинника на латинском языке сокращенная / Х. Вольф; пер. М.В. Ломоносова. – СПб., 1846. – Режим доступа: <http://books.e-heritage.ru/book/10079728>.
2. Капица П.Л. Ломоносов и мировая наука // Успехи физических наук. – М.: Физический ин-т имени П.Н. Лебедева РАН, 1965. – Т. 87. – Вып. 1. – С. 155–168.
3. Кудрявцев П.С. Курс истории физики. – М.: Просвещение, 1982.
4. М.В. Ломоносов – Режим доступа: http://family-values.ru/files/p1787/lomonosov1_jpg_5062.jpg.
5. Лупачев Ю.В. Творческие удаchi и отдельные просчеты великого естествоиспытателя // История науки и техники. – 2008. – № 9. – С. 39–47.

УРАЛЬСКИЙ МАТЕМАТИК ИВАН МИХЕЕВИЧ ПЕРВУШИН

М.С. Ананьева

Пермь, ПГГПУ

Аннотация: к 190-летию со дня рождения уральского математика Ивана Михеевича Первушина представлены историко-математические сведения о его биографии и математических результатах.

Ключевые слова: история математики; И.М. Первушин.

URAL MATHEMATICIAN IVAN MIKHEEVICH PERVUSHIN

M.S. Ananyeva

Perm, PSNPU

Abstract: historical and mathematical information on biography and mathematical results of the Uralian mathematician Ivan Mikheevich Pervushin dedicated to the 190th anniversary from his birth is presented.

Keywords: history of mathematics; I.M. Pervushin.

В 2017 г. исполнилось 190 лет со дня рождения Ивана Михеевича Первушина (1827–1900), известного как талантливого математика-самоучки и уральского патриота (рис. 1). Его биографии посвящены работы уральских краеведов Л.П. Осинцева [4], В.П. Тимофеева [7], Н.В. Красноперовой [2] и др. Научные труды основательно исследовала Анна Еремеевна Раик [5].

Он родился в воскресный день 9 января 1827 г. в семье Михея Ивановича и Параскевы Афанасьевны Первушиных в поселке Лысьвенского завода Пермской губернии. Мальчик воспитывался у деда Ивана Ивановича. С внуком дедушка



Рис. 1. И.М. Первушин
[<https://static.elitsy.ru>]

был ласков и мудр, сам учил его и готовил к службе в Лысьвенской Свято-Троицкой церкви. К десяти годам домашнего обучения Иван хорошо читал, считал, усвоил латынь, пел по нотам.

В 1838 г. Ивана Михеевича Первушина, как многих детей священнослужителей, увезли в Пермь в духовное училище (рис. 2). Там начались первые математические поиски. Много лет спустя он писал об этом: «Познакомился я с числами и арифметикой в 1838–1840 гг., заняла мысль о «простых числах», не давала мне покою и периодически отнимала у меня много времени и труда письменного. Между числами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8... и т.д. за квадриллионы (квинтиллионов, дециллионов я еще не знал тогда) одни мне представлялись по справедливости произведениями других, как например $4=2\cdot 2$, $6=2\cdot 3$, $15=3\cdot 5$, $16=2\cdot 2\cdot 2\cdot 2$. Непроизводные постепенно уменьшались, сравнительно с производными; в первом десятке они равнялись друг другу, обоих до пяти; а в первой сотне производных было только двадцать шесть, а производных почти втрое больше – 74; тяжкими трудами я добился и первой тысячи: в ней оказалось производных 169, а производных 831, почти в пять раз более» [5]. Непроизводными он называл простые числа, производными – составные.

С 1842 по 1848 гг. Первушин учился в Пермской духовной семинарии (рис. 3). Математику преподавал профессор Василий Александрович Щапов [6], автор учебника «Основания физики, с применениями явлений и законов природы к искусствам и промышленности». Он одним из первых обратил внимание на выдающиеся математические способности своего ученика.



Рис. 2. Пермское духовное училище, ныне Пермский гос. ин-т культуры
[<http://drevo-info.ru>; <http://cs543101.vk.me>]



Рис. 3. Пермская духовная семинария, ныне бизнес-центр «Бажов»
[<https://pastvu.com>; <http://kcorp.ru>]

После успешного окончания семинарии Иван Первушин попал по рекомендации за успехи в учебе в Казанскую духовную академию (1848–1853). Там он получил звание кандидата богословия. Примечательно то, что на выпускном экзамене присутствовал академик Пафнутий Львович Чебышев (1821–1894), который высоко оценил математические способности студента.



Рис. 4. Слудская церковь
[<https://upload.wikimedia.org>]



Рис. 5. Дом Первушиных в Шадринске
(ул. Пионерская, 48)

По окончании академии Первушин вернулся в Пермь, преподавал математику в семинарии, служил в Свято-Троицкой церкви на Слудке (рис. 4). Жизнь в Перми не сложилась, и в 1856 г. Иван Михеевич переехал с семьей в село Замараевское (Замараево) Шадринского уезда Пермской губернии (в 30 км от города Шадринска Курганской области) и стал священником местной Знаменской церкви. Там он открыл начальную школу для крестьянских детей, школу для взрослых. Ходили слухи, что он чрезвычайно любил «цыфирь», а что в его квартире цифрами и знаками исписаны стены и окна. Каждую свободную минутку в домах прихожан, в дороге, в алтаре он что-то писал. Он выписал из Петербурга книгу П.Л. Чебышева «Теория сравнений» и продолжил математические исследования.

В 1883 г. по ходатайству физико-математического отделения Российской Академии наук, Первушин переехал из села в Шадринск (рис. 4). Условия для научной деятельности там были лучше, чем в селе. Его назначили вторым священником Шадринской Николаевской церкви.

В конце 1887 г. Ивана Михеевича перевели в село Мехонское Шадринского уезда (в 66 км от Шадринска), где прожил до самой смерти.

Научные исследования Первушина относятся к теории чисел. Простые числа занимали умы многих ученых [1]. Еще будучи юным, при рассмотрении числового ряда он обратил внимание на то, что в первом десятке 5 простых чисел, во втором 4, в последующих десятках простых чисел меньше. Перед ним встали два вопроса: первый – сколько же всего простых чисел, конечное или бесконечное их число, и часто ли они встречаются среди натуральных чисел. Первушин тогда не знал, что в III. в. до н.э. древнегреческие математики доказали бесконечность множества простых чисел.

Первые открытия И.М. Первушина относятся к вопросу о простых и составных числах вида $2^n \pm 1, 2^{2^m} + 1$. В ходе долгих и упорных поисков он получил простое число $2^{61} - 1$, следующее после простого числа Эйлера $2^{31} - 1 = 2\,147\,483\,647$, доказал делимость (разложимость) составных чисел $2^{2^{12}} + 1, 2^{2^{23}} + 1, 2^{2^6} + 1$.

Предположение Пьера Ферма (1601–1665), что числа вида $2^{2^m} + 1$ простые при всяком m , долгое время оставались предметом бесплодных поисков Первушина. В ноябре 1877 г., почти через полтора десятилетия после открытия Эйлером делимости числа $2^{2^5} + 1$, Первушин представил Императорской Академии наук записку о следующем составном числе этого вида: $2^{2^{12}} + 1$, которое делится на 114 689: $2^{2^{12}} + 1 = 0 \pmod{114\,689} = \pmod{7 \cdot 2^{14} + 1}$. Через пару месяцев он прислал вторую записку: число $2^{2^{23}} + 1$ – тоже составное и делится на $16\,772\,161 = 5 \cdot 2^{25} + 1$. Все результаты были получены непосредственным подсчетом, однако внимание математиков на себя обратили. Академик Владимир Яковлевич Буняковский (1804–1889) в ученых Записках по физико-математическому отделению писал: «По моему мнению, факт о новом случае делимости чисел вида $2^{2^m} + 1$ не лишен научного интереса для занимающихся теорией чисел и, желательно, чтоб он получил гласность». После он опубликовал на русском и французском языках два сообщения «О новом

случае делимости числа вида $2^{2^m} + 1$, сообщенном Академии о. Первушиным» и «Заметка о новом случае делимости числа $2^{2^{23}} + 1$ » [5].

Завязалась переписка ученых, академия обратилась к Первушину с просьбой сообщить о методах и средствах его исследований. В ответ он выслал несколько черновиков с исследованиями чисел вида $2^{2^m} + 1$.

Для определения делимости чисел вида $2^{\bar{p}} - 1$ ученый использовал «Теорию сравнений» П.Л. Чебышева, и опирался на теорему: если число $2^{\bar{p}} - 1$ при простом $\bar{p}$ – составное, оно раскладывается на множители вида $2^{\bar{p}\bar{z}} + 1$. По своим результатам Первушин представил записку «Разыскание делителей числа вида $2^{\bar{p}} - 1$ ». Он свел задачу к исследованию делимости числа $2^{\bar{p}} - 1$ на простое число вида $2^{\bar{p}\bar{z}} + 1$, т.е. к решению сравнения $2^{\bar{p}} \equiv 1 \pmod{2^{\bar{p}\bar{z}} + 1}$. Так ученый установил делимость чисел: $2^{11} - 1$, $2^{23} - 1$, $2^{29} - 1$, $2^{37} - 1$, $2^{43} - 1$, $2^{47} - 1$, $2^{73} - 1$, $2^{83} - 1$, $2^{131} - 1$, $2^{179} - 1$, $2^{191} - 1$, $2^{239} - 1$, $2^{251} - 1$. Такие числа называют числами Мерсенна.

Например, пусть $\bar{p} = 11$, то $2^{\bar{p}\bar{z}} + 1 = 22\bar{z} + 1$; при $\bar{z} = 1$ получится простое число $22 \cdot 1 + 1 = 23$, при $\bar{z} = 2$ – составное число $22 \cdot 2 + 1 = 45$, при $\bar{z} = 3$ – простое число $22 \cdot 3 + 1 = 67$, при $\bar{z} = 4$ – простое число $22 \cdot 4 + 1 = 89$. Произведение $23 \cdot 89 = (2 \cdot 11 \cdot 1 + 1)(2 \cdot 11 \cdot 4 + 1) = 2^{11} - 1$ – составное. При $\bar{p} = 23$ и $\bar{z} = 1$ получится простое число $2^{\bar{p}\bar{z}} + 1 = 2 \cdot 23 \cdot 1 + 1 = 47$, а число $2^{23} - 1 = 47 \cdot 178481 = (2 \cdot 23 + 1)(2 \cdot 23 \cdot 2880 + 1)$ – составное.

Оказалось, что критерий делимости числа $2^{\bar{p}} - 1$ имеет место и для некоторых чисел вида $2^{2^m} + 1$, в частности, составное число Эйлера, $2^{2^5} + 1 = 2^{32} + 1 \equiv 0 \pmod{2 \cdot 32 \cdot 10 + 1} \equiv 0 \pmod{641}$, полученное при $\bar{p} = 32$, $\bar{z} = 10$.

Первые положительные результаты произвели на Первушина сильное впечатление – ему казалось, что теорема Ферма о делимости чисел близка к разгадке. Вскоре он убедился, что его выводы поспешны и не обоснованы: «Сюрприз!!! Вчера 6 часов мая 27 дня 1878 г. $2^{2^{51}} \equiv -2^{2^{48}} \pmod{7 \cdot 2^{50} + 1}$, т.е.

сравнение $2^{12+36} \equiv -1 \pmod{7 \cdot 2^{50} + 1}$ недействительно, места не имеет. Следовательно, моя теория требует оговорок и исправлений ...», «числовой Константинополь не взят» [5]. Он стал искать другие подходы к решению задачи. На полях некоторых черновиков были найдены и другие пометки: «По полуночи 2 ½ часа. А модуль простое ли число? Не все ли тружусь?!!! Еще 35 звеньев и этот сфинкс будет разгадан. Дело медленно, но верно!», «11 ¼ вечера, пора ужинать. А так бы и умер на работе. Еще 25 колен» [5].

Одна из двадцати представленных в академию записок называлась «Число $2^{61} - 1 = 2\,305\,843\,009\,213\,693\,951 = \bar{P}$ есть простое число» (1883). Это число позднее было названо в честь И.М. Первушина.

В своих исследованиях математику приходилось оперировать большими числами и выполнять огромную вычислительную работу. Встал вопрос о способе проверки правильности результатов. Проверку с помощью числа 9 Первушин счел нецелесообразной и разработал свой способ проверки результатов арифметических операций над большими числами, изложенный в работе «О наилучшей проверке огромных арифметических действий» (1893). Он предложил проверять расчеты делением на $998 = 1000 - 2 = 2 \cdot 499$. Такая проверка распространялась на область из 498 цифр и производилась на русских счетах. Идея способа заключалась в следующем:

Всякое число N может быть представлено в виде

$$N = a_n 10^{(n-1) \cdot 3} + a_{n-1} 10^{(n-2) \cdot 3} + a_{n-2} 10^{(n-3) \cdot 3} + a_3 10^{2 \cdot 3} + a_2 10^{1 \cdot 3} + a_1,$$

где $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_2, a_1$ – трехзначные числа.

Например, $345\,273\,195 = 345 \cdot 10^{2 \cdot 3} + 273 \cdot 10^{1 \cdot 3} + 195$.

Так как $10^{(n-1) \cdot 3} = (10^{n-1})^3 = (10^3)^{n-1} \equiv 2 \pmod{998}$, то

$$N = [a_n 2^{(n-1)} + a_{n-1} 2^{(n-2)} + \dots + a_3 2^2 + a_2 2 + a_1] = [\{(2a_n + a_{n-1})2 + a_{n-2}\}2 + a_{n-3}\}2 + \dots + a_1] \pmod{998}.$$

Первушин привел пример числа:

$$3^{23} = 94\,143\,178\,827 = 94 \cdot (10^3)^3 + 143 \cdot (10^3)^2 + 178 \cdot (10^3)^1 + 827 \cdot (10^3)^0.$$

Деление 10^3 на 998 дает в остатке 2, тогда деление исходного числа на 998 дает в остатке $94 \cdot 2^3 + 143 \cdot 2^2 + 178 \cdot 2^1 + 827 \cdot 2^0$, т.е.

$$94\,143\,178\,827 = (94 \cdot 2^3 + 143 \cdot 2^2 + 178 \cdot 2 + 827) \pmod{998} = \\ = \{[(94 \cdot 2 + 143) \cdot 2 + 178] \cdot 2 + 827\} \pmod{998}.$$

Для того чтобы найти остаток, надо выполнить следующие операции:

- | | |
|--------------------------|---------------------------|
| 1) $94 \cdot 2 = 188$, | 5) $840 \cdot 2 = 1680$, |
| 2) $188 + 143 = 331$, | 6) $1680 - 998 = 682$, |
| 3) $331 \cdot 2 = 662$, | 7) $682 + 827 = 1509$, |
| 4) $662 + 178 = 840$, | 8) $1509 - 998 = 511$ |

Отсюда $3^{23} = 511 \pmod{998}$.

Первушин составил таблицы простых чисел до 10 миллионов и передал их на хранение в Академию наук. Эмпирическим путем он пришел к заключению, что по функции $\pi(x)$ распределения простых чисел, меньших или равных x [3]:

$$\pi(x) \approx \frac{x}{\ln x} + \frac{1 \cdot x}{\ln^2 x} + \frac{2 \cdot x}{\ln^3 x} + \dots + \frac{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot x}{\ln^n x},$$

можно определить такую функцию $f(n)$, зависящую от порядкового номера простого числа, значение которой равнялось бы простому числу. На эту составление таблиц у него ушло около 40 лет.

Известный уральский путешественник и краевед Константин Дмитриевич Носилов писал о Первушине: «У него нет свободного времени. Он вечно чем-нибудь занят, и этот переход от работы к другой, от вопроса к другому, кажется, и наполняет его жизнь так, что он не замечает, как проживает целые годы своей жизни. Говорят, порой, увлекаясь, он еще и теперь, как в прежнее время, просиживает целые ночи за математическими выкладками, когда ему не удастся их сделать днем...» [7].

Иван Михеевич Первушин был одаренным, признанным в России и за границей математиком (хотя и не имел специального образования), просветителем и патриотом своего края.

Список литературы

1. Грасиан Э. Простые числа. Долгая дорога к бесконечности // Сер. «Мир математики». – Т.3. – М.: Де Агостини, 2014.

2. Красноперова Н.В. Родом из Лысьвы: Иван Михеевич Первушин и его семья // Народная энциклопедия Лысьвы. Незабываемые имена. – Режим доступа: <http://enc.lysva.ru/9/9-15.pdf>.
3. Ожигова Е.П. Развитие теории чисел в России. – М.: Едиториал УРСС, 2003.
4. Осинцев Л.П. Уральский математик Иван Михеевич Первушин. – Челябинск: Южно-Уральское кн. изд-во, 1974.
5. Раик А.Е. «Младенческие» задачи И.М. Первушина // Историко-математические исследования. – 1953. – Вып. 6.
6. Справочная книга всех окончивших курс Пермской духовной семинарии // Исторические документы Перми Великой. – 1900. – Режим доступа: <http://zz-project.ru/bibliotechka/670>.
7. Тимофеев В.П. Священник-математик Иван Михеевич Первушин. – Шадринск: Изд-во Шадринского пед. ин-та, 1996.

О ВЛИЯНИИ НАУЧНОГО НАСЛЕДИЯ ПРОФЕССОРА В.В. ВАГНЕРА НА РАЗВИТИЕ СОВРЕМЕННОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

С.В. Галаев

Саратов, СНИГУ им. Н.Г. Чернышевского

Аннотация: рассмотрены некоторые аспекты исследований в области современной дифференциальной геометрии, так или иначе связанных с результатами, полученными профессором В.В. Вагнером при решении задачи построения теории кривизны для неголономного многообразия. Особое внимание уделено работам по геометрии почти контактных метрических структур.

Ключевые слова: *научное наследие профессора В.В. Вагнера; кривизна неголономного многообразия; тензор кривизны Вагнера; геометрическая теория вариационных задач; неголономные многообразия коразмерности 1; контактные структуры; альтернативные теории кривизны неголономных многообразий.*

ABOUT INFLUENCE OF SCIENTIFIC LEGACY OF PROFESSOR V.V. WAGNER ON THE DEVELOPMENT OF THE MODERN DIFFERENTIAL GEOMETRY

S.V. Galaev

Saratov, NRSSU named after G.N. Chernyshevsky

Abstract: considered some aspects of the investigations in the domain of modern differential geometry related to the results obtained by professor V.V. Wagner in process of solution a problem of construction the theory of curvature for non-holonomic manifold. Special attention is devoted to the works on the geometry of the almost contact metric structures.

Keywords: *scientific legacy of professor V.V. Wagner; curvature tensor of non-holonomic manifold; Wagner curvature tensor; geometrical theory of variational problems; non-holonomic manifold of codimension one; contact structures; alternative theories of curvature of non-holonomic manifolds.*

1. *Введение.* Выдающийся математик Виктор Владимирович Вагнер (4.XI.1908 – 15.VIII.1981) получил широкую известность благодаря своим исследованиям, как в дифференциальной геометрии, так и в общей алгебре [8,17]. В настоящей заметке мы остановимся на геометрической составляющей математического наследия Вагнера.

Первые работы Вагнера по дифференциальной геометрии посвящены теории неголономных многообразий, которая возникла естественным образом в качестве строгого математического фундамента для решения задач классической механики со связями. В 1935 г. В.В. Вагнером представлена к защите кандидатская диссертация по дифференциальной геометрии неголономных многообразий, за которую ему была присуждена сразу ученая степень доктора физико-математических наук. В этой диссертации Вагнер создал теорию кривизны неголономных многообразий, рассмотрел наиболее важные их классы, применил развитые им методы для решения конкретных задач неголономной механики. За цикл работ по геометрии неголономных многообразий В.В. Вагнеру Казанским университетом была присуждена премия имени Н.И.Лобачевского за 1937 год. В 40-х годах прошлого столетия Вагнер обращается к задачам геометризации вариационного исчисления, что

послужило построению им теории связности в составном многообразии. Важную область интересов В.В. Вагнера в дифференциальной геометрии составили касательные пространств высших порядков. Вагнером впервые была построена алгебраическая теория этих пространств.

2. *О работах Вагнера по неголономной геометрии.* Начиная с этого момента, мы акцентируем внимание на работах Вагнера по неголономной геометрии. Говоря об отражении идей В.В. Вагнера в работах современных геометров, мы имеем в виду три категории исследований.

К первой категории относятся работы, в которых делается попытка изложения полученных Вагнером результатов в инвариантной форме (без систематического использования координатного метода) [14]. Сюда же следует отнести работы, в которых полученная Вагнером конструкция построения тензора кривизны используется для исследования геометрии расслоенных пространств [1–4,11,13,19]. Тотальное пространство расслоения ортонормированных реперов двумерного риманова многообразия рассматривалось в работе [13] в качестве примера неголономного многообразия размерности 3, оснащенного дополнительными структурами. В работе [19] расслоение ортонормированных реперов двумерного риманова многообразия исследуется более подробно. Используя построения В.В. Вагнера, на тотальном пространстве такого расслоения определяется и изучается метрика, названная в статье лифтом Вагнера римановой метрики.

В работах, относящихся ко второй категории, излагаются альтернативные теории кривизны неголономного многообразия [15,18]. В статье [15] дается общее определение неголономных аналогов тензора Римана и его конформно инвариантного аналога – тензора Вейля – в терминах когомологий алгебр Ли. В основе подходов Д.А. Лейтеса и В.В. Вагнера к определению инвариантов неголономной геометрии лежат не только разные инструменты математического исследования, но и разные постановки исследовательских задач. Если Д.А. Лейтес обсуждает проблему интегрируемости неголономных систем с самых общих позиций, то для В.В. Вагнера основной интерес

составлял поиск геометрических инвариантов, обращение в нуль которых позволяло осуществлять параллельный перенос допустимых векторов в малой окрестности точки неголономного многообразия независимо от выбора допустимой кривой перенесения. Вагнер решил задачу нахождения необходимых инвариантов построением тензора кривизны, названного позже тензором кривизны неголономного многообразия Вагнера. Среди работ Вагнера, посвященных неголономной проблематике, мы выделяем три из них: в работе [5] осуществлено построение тензора кривизны неголономного многообразия произвольной коразмерности, в статьях [6; 7] полученные ранее результаты уточняются для случая многообразия коразмерности 1.

3. *Почти контактные метрические многообразия с точки зрения геометрии неголономных пространств.* Специальный класс неголономных многообразий коразмерности 1 составляют почти контактные метрические многообразия. Почти контактные метрические структуры являются нечетномерным аналогом почти эрмитовых структур, и между этими классами структур существует ряд важных взаимосвязей. В то же время геометрия почти контактных метрических структур существенно отличается от геометрии почти эрмитовых структур и требует принципиально новых средств изучения.

В работах [1-4, 9-13] было введено и развито понятие внутренней геометрии многообразия почти контактной метрической структуры. В терминологии В. В. Вагнера многообразие почти контактной метрической структуры является неголономным многообразием коразмерности 1 с дополнительными, называемыми им внутренними, структурами. Понятие внутренней геометрии неголономного многообразия было определено Схоутеном как совокупности тех свойств, которые зависят только от параллельного перенесения внутри самого неголономного многообразия и от его оснащения в объемлющем пространстве. Вагнер пишет [6]: «Схоутен показывает возможность непосредственного построения внутренней геометрии неголономного многообразия без использования параллельного перенесения

во внешнем пространстве. В случае метрического неголономного многообразия внутренняя геометрия определяется заданием его оснащения и метрики внутри локальных касательных пространств». Развивая внутреннюю геометрию неголономного многообразия, Вагнер определяет и исследует свойства тензора кривизны неголономного многообразия, обобщающего тензор кривизны Схоутена.

В работах [1-4, 9-12] методы неголономной геометрии, разработанные Вагнером, использовались для исследования геометрии многообразий с почти контактной метрической структурой. Новый подход позволяет выделить новые типы пространств. Так, например, в указанных работах дано определение эрмитова почти контактного метрического пространства. Известные уже результаты получают новое описание на языке внутренней геометрии. Говоря об исследованиях третьей категории, мы имеем в виду работы [16; 20] по геометрии почти контактных метрических пространств и их приложениям, в которых результаты Вагнера используются неявно или «открываются заново». Важную роль в развиваемой Вагнером неголономной геометрии играют системы координат, названные им градиентными или полуголономными координатами. Уточняя понятие градиентных координат для случая почти контактного метрического многообразия, мы [1-4, 9-13] вводим понятие адаптированной системы координат. Адаптированные координаты играют в геометрии неголономных многообразий ту же роль, что и голономные координаты на голономном многообразии. Нами также вводится понятие допустимой тензорной структуры. Допустимая тензорная структура является объектом внутренней геометрии неголономного многообразия. В работах по геометрии расслоенных пространств допустимые тензорные структуры называются полубазисными.

Важное место в исследованиях почти контактных метрических многообразий занимает изучение линейных связностей. Наиболее естественным представляется рассмотрение внутренних связностей,

совместимых с допустимыми тензорными структурами. В ряде работ [2; 3] внутренняя связность интерпретируется как связность над распределением, используемая при исследовании неголономных многообразий с допустимой финслеровой метрикой. В терминах внутренней геометрии целесообразно излагать некоторые из основных положений геометрии почти контактных метрических пространств. Так, например, в работе [10] доказывается, что определяемая внутренним образом почти контактная метрическая структура соответствует некоторой почти контактной метрической структуре, определяемой «обычным образом» [20]. Исследованная Вагнером внутренняя связность оказывается наиболее естественной для описания характеристик нормальных и сасакиевых структур. Рассмотрим на многообразии M размерности 3 контактную метрическую структуру $(M, \vec{\xi}, \eta, \varphi, D)$. Тотальное пространство $P(M, D, G)$ расслоения допустимых ортонормированных реперов $(P(M, D, G), p, M)$ такого многообразия является гладким многообразием размерности четыре. Задание внутренней связности ∇ на многообразии M определяет на пространстве $P(M, D, G)$ структуру метрического неголономного многообразия (субриманова многообразия) (P, g) с распределением H коразмерности 2. Переход от внутренней связности ∇ к соответствующей ассоциированной связности $\tilde{\nabla}$ [9,10] позволяет рассматривать пространство $P(M, D, G)$ как метрическое неголономное многообразие $(\tilde{P}, \tilde{g})$ с распределением $\tilde{H}$ коразмерности 1.

К каждому из метрических неголономных многообразий (P, g) , $(\tilde{P}, \tilde{g})$ может быть применена конструкция В.В. Вагнера, превращающая эти многообразия в римановы многообразия. В случае многообразия $(\tilde{P}, \tilde{g})$ естественным образом устанавливается связь между тензором кривизны Вагнера многообразия $(\tilde{P}, \tilde{g})$ и тензором кривизны Схоутена исходного многообразия M . Если на многообразии $(\tilde{P}, \tilde{g})$ задать структуру почти комплексного многообразия с помощью эндоморфизма I , определяемого посредством равенств

$$I\vec{x}^h = (\varphi\vec{x})^h, I\vec{x}^v = (\varphi\vec{x})^v, I\vec{\xi}^h = \vec{c}, I\vec{c} = -\vec{\xi}^h,$$

то оказывается справедливым следующий результат: «Почти эрмитова структура $(\tilde{P}, \tilde{g}, J)$ является эрмитовой структурой тогда и только тогда, когда тензор кривизны Вагнера контактного метрического многообразия M обращается в нуль».

4. *Заключение.* Анализ геометрических работ, написанных в последнее десятилетие, свидетельствует о непреходящей ценности полученных В.В. Вагнером результатов. Более того, многие из идей великого ученого только сейчас находят понимание в среде представителей мирового математического сообщества.

Список литературы

1. Букушева А.В. О геометрии слоений на распределениях с финслеровой метрикой // Известия Пензенского государственного педагогического университета им. В.Г.Белинского. – 2012. – № 30. – С. 33–38.
2. Букушева А.В., Галаев С.В. Почти контактные метрические структуры, определяемые связностью над распределением с допустимой финслеровой метрикой // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия. Математика. Механика. Информатика. – 2012. – Т. 12. – №. 3. – С. 17–22.
3. Букушева А.В., Галаев С.В., Иванченко И.П. О почти контактных метрических структурах, определяемых связностью над распределением с финслеровой метрикой // Механика. Математика. – 2011. – №13. – С.10–14.
4. Букушева А.В., Галаев С.В. О допустимой келеровой структуре на касательном расслоении к неголономному многообразию // Математика. Механика. – 2005. – №7. – С. 12–14.
5. Вагнер В. В. Дифференциальная геометрия неголономных многообразий: VIII Междунар. конкурс им. Н. И. Лобачевского (1937): отчёт. – Казань: Казан. физ.-мат. общ-во, 1940. – 327 с.
6. Вагнер В.В. Геометрия $(n-1)$ -мерного неголономного многообразия в n -мерном пространстве // Тр. семинара по векторному и тензорному анализу. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1941. – Вып. 5. – С. 173–255.
7. Вагнер В.В. Геометрическая интерпретация движения неголономных динамических систем // Тр. семинара по векторному и тензорному анализу. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1941. – Вып. 5. – С. 301–327.

8. Виктор Владимирович Вагнер / под ред. В. В. Розена // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия. Математика. Механика. Информатика. – 2008. – Т. 8. – 39 с.
9. Галаев С.В. N-продолженные симплектические связности в почти контактных метрических пространствах // Известия высших учебных заведений. Математика. – 2017. – №3. – С. 15–23.
10. Галаев С.В. Геометрическая интерпретация тензора кривизны Вагнера для случая многообразия с контактной метрической структурой // Сибирский математический журнал. 2016. – Т. 57. – № 3(337). – С. 632–640.
11. Галаев С.В. Обобщенный тензор кривизны Вагнера почти контактных метрических пространств // Чебышевский сборник. – 2016. – Т. 17. – №3(59). – С. 53–63.
12. Галаев С.В. Почти контактные метрические пространства с N-связностью // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия. Математика. Механика. Информатика. – 2015. – Т. 15. – №3. – С.258–263.
13. Галаев С. В., Гохман А. В. Обобщенные гамильтоновы системы на многообразиях со связностью // Математика. Механика. – 2000. – №2. – С. 16–19.
14. Горбатенко Е.М. Дифференциальная геометрия неголономных многообразий (по В.В. Вагнеру) // Геом. сб. 1985. – Вып. 26. – С.18–34.
15. Грозман П.Я., Лейтес Д.А. Неголономные тензоры Римана и Вейля для флаговых многообразий // ТМФ. – 2007. – Т. 153. – №2. – С. 186–219.
16. Крым В.Р. Уравнения геодезических для заряженной частицы в объединенной теории гравитационных и электромагнитных взаимодействий // ТМФ. – 1999. – №119:3. – С. 517–528.
17. Либер А.Е, Пензов Ю.Е., Рашевский П.К. Виктор Владимирович Вагнер (к пятидесятилетию со дня рождения) // УМН. – 1958. – Т. 13. – № 6 (84). – С. 221–227.
18. Соловьев А. Ф. Контактные метрические многообразия и классы Чжэня // Изв. вузов. Математика. – 1987. – № 1 (296). – С. 33–41.
19. Arteaga J. R., Malakhaltsev M. A., Serna A.H.T. Isometry Group and Geodesics of the Wagner Lift of a Riemannian Metric on Two-Dimensional Manifold // Lobachevskii Journal of Mathematics. – 2012. – Vol. 33. – No. 4. – pp. 293–311.
20. Bejancu A. Kahler contact distributions // Journal of Geometry and Physics. – 2010. – Vol. 60. – P. 1958–1967.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ ОТ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ КАЧЕСТВ УЧИТЕЛЯ

М.С. Марокина, А.Ю. Скорнякова

Пермь, ПГГПУ

Аннотация: в статье описан исход проведенного эксперимента по установлению зависимости результатов итоговой аттестации школьников по математике от степени сформированности профессиональных качеств учителя.

Ключевые слова: *итоговая аттестация школьников; математика; профессиональные качества учителя; корреляционная зависимость.*

RESEARCH OF DEPENDENCE OF RESULTS OF FINAL ATTESTATION OF SCHOOLCHILDREN BY MATHEMATICS FROM PROFESSIONAL QUALITIES OF TEACHER

M.C. Marokina, A.Yu. Skornyakova

Perm, PSHPU

Abstract: describes the outcome of the experiment on establishing the dependence of the results of the final attestation of schoolchildren by mathematics on the degree of formation of the professional qualities of the teacher is described.

Keywords: *final attestation of schoolchildren; mathematics; professional qualities of the teacher; correlation dependence.*

Перед каждым учителем математики стоит задача подготовки своих учеников к успешному прохождению государственной итоговой аттестации. Однако на степень усвоения школьниками учебной информации влияет множество факторов, в том числе наличие положительной мотивации к учению; способность учащегося выдержать напряженный экзаменационный марафон; заинтересованность родителей в повышении успеваемости своего ребенка и др. Немаловажную роль в этом играют также профессиональные качества учителя и образовательная программа, являющаяся нормативным правовым документом образовательного учреждения, характеризующим

специфику содержания образования и особенности образовательного процесса. Основные общеобразовательные программы основного и среднего общего образования обеспечивают реализацию ФГОС [4] с учетом типа и вида образовательного учреждения, потребностей и запросов обучающихся и включают в себя учебный план, рабочие программы учебных предметов и другие материалы, обеспечивающие духовно-нравственное развитие, воспитание и качество подготовки школьников. Однако, обучаясь математике по одинаковой образовательной программе в одной школе у разных учителей, зачастую ученики получают разные результаты на основном государственном экзамене (ОГЭ) и едином государственном экзамене (ЕГЭ). Поэтому интересна модель зависимости результатов государственной итоговой аттестации по математике от фактора «Профессиональные качества учителя». Для построения подобной модели оцифруем указанный фактор, то есть переведем качественный показатель в количественный. С учетом требований «Профессионального стандарта педагога» [2] выберем характеристики, которыми, на наш взгляд, должен обладать учитель математики: наличие высшего образования и квалификационной категории; умение решать задачи элементарной математики, в том числе выполнять олимпиадные задания; способность использовать в работе различные источники информации, распознавать имитацию действий школьника, ведущих к успеху без понимания смысла изученного материала; регулярный обмен опытом с другими учителями математики и информатики; умение проводить совместный со школьниками анализ учебных и жизненных ситуаций, в которых возможно применение математики; способность ведения диалога с учащимися и выделения сомнительных мест в процессе решения задачи; умение организовывать деятельность учащихся на уроке так, чтоб они чувствовали себя комфортно и после урока выходили с положительными эмоциями; способность поддержания на уроке соревновательной среды; содействие участию школьников в математических олимпиадах, конкурсах, исследовательских проектах; способность проводить консультирование учащихся по выбору

профессий, требующих хорошей математической подготовки; умение осуществлять индивидуальную работу со слабоуспевающими учениками; способность использования специальных коррекционных приемов обучения детей с ограниченными возможностями здоровья; осуществление регулярного контакта с родителями; умение диагностировать достигнутые учащимися предметные достижения и изучать их динамику.

В проведенном нами в 2015 г. эксперименте с целью установления зависимости результатов итоговой аттестации школьников по математике от профессиональных качеств учителя принимали участие обучающиеся и учителя некоторых школ Дзержинского района г. Перми. Каждому опрошиваемому предлагалось оценить деятельность педагога, заполнив соответствующую анкету. В расчет брался средний балл, набранный учителем (максимально возможный балл – 21). Для построения модели парной регрессии были проанализированы данные по тринадцати учителям математики, у каждого из них рассчитаны средние результаты их учеников за ОГЭ и ЕГЭ по математике; в MS Excel составлена соответствующая таблица (рис. 1), где Y – средний балл результатов сдачи соответствующего экзамена, X – оценка учителя (от 0 до 21). С помощью точечной диаграммы построено корреляционное поле [1, С. 138] (рис. 1), сформулирована гипотеза о форме зависимости Y от X .

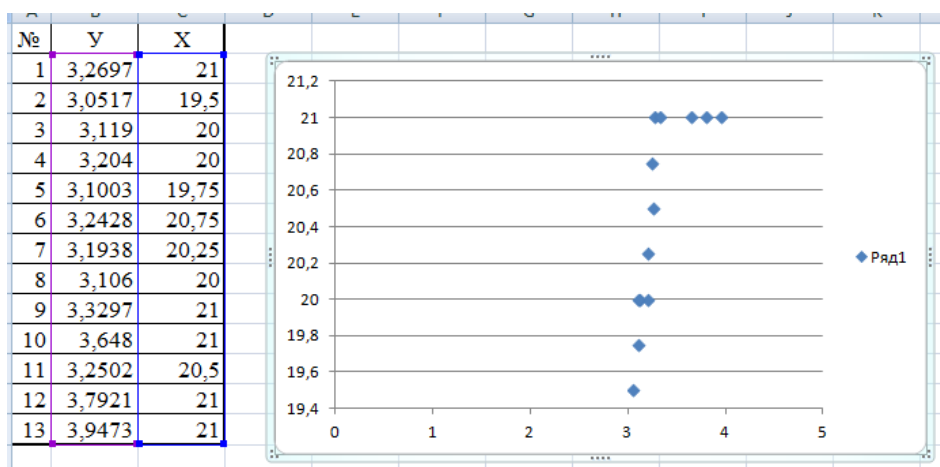


Рис. 1. Корреляционное поле

Сопоставив имеющиеся данные, можно наблюдать наличие связи между признаками Y и X , близкой к прямой линейной зависимости (совершенствование профессиональных качеств учителя улучшает результат сдачи экзамена его учениками). Этот же вывод подтверждается и на основе графического анализа (рис. 1). Для расчёта параметров уравнения линейной регрессии $y=a+bx$ воспользуемся функцией MS Excel «Анализ данных» – «Регрессия», в результате чего найдем значения коэффициентов $a=-4,580041611$ и $b=0,386811659$, а также коэффициента детерминации $R^2=0,56$ (рис. 2).

Коэффициенты	
Y-пересечение	-4,580041611
Переменная X 1	0,386811659
Регрессионная статистика	
Множественный R	0,748771981
R-квадрат	0,56065948
Нормированный R-квадрат	0,520719432
Стандартная ошибка	0,197086644
Наблюдения	13

Рис. 2. Полученные параметры модели и регрессионная статистика

Из полученного уравнение регрессии $y = -4,58 + 0,387x$ видно, что совершенствование профессиональных качеств учителя и увеличение соответствующего параметра x на единицу влечет повышение качества сдачи экзамена по математике на 0,387 ед. Коэффициент детерминации $R^2=0,56$ означает, что 56% вариации результатов сдачи экзамена (y) объясняется вариацией фактора x – оценки работы учителя, а 44% – действием других факторов, не включённых в модель. Коэффициент корреляции $r_{xy} = \sqrt{R^2} = 0,749$ свидетельствует о тесноте корреляционной зависимости уровня сформированности профессиональных качеств учителя и результатов сдачи его учениками итоговых экзаменов по математике.

С помощью среднего (общего) коэффициента эластичности определим силу влияния фактора на результат. Для уравнения $y = -4,58 + 0,387x$ средний (общий) коэффициент эластичности, определяемый по формуле $\varepsilon_{(x)} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{\bar{x}}{y(x)} = 0,387 \frac{\bar{x}}{y(x)}$, равен 2,37. Значит, при изменении степени сформированности профессиональных качеств учителя на 1% от своего среднего значения результат сдачи школьниками экзамена по математике изменится в среднем на 2,37%.

Для оценки качества полученного выше уравнения регрессии, применяя в MS Excel инструмент «Регрессия», вычислим среднюю ошибку аппроксимации $\bar{A} = \frac{1}{n} \sum_i \left| \frac{y_i - y_x}{y_i} \right| \cdot 100\% = 4,167\%$. Поскольку $\bar{A}$ не превышает 15%, качество соответствующей модели является хорошим [3]. Таким образом, построенная модель свидетельствует о наличии зависимости результатов сдачи ОГЭ и ЕГЭ по математике от профессиональных качеств учителя.

Список литературы

1. Васильева Э.К. Статистика: учебник для студентов вузов / Э.К. Васильева, В.С. Лялин. – М.: ЮНИТА-ДАНА, 2012. – 399 с.
2. Приказ Минтруда России от 18.10.2013 N 544н (ред. от 05.08.2016) "Об утверждении профессионального стандарта "Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)" (Зарегистрировано в Минюсте России 06.12.2013 N 30550). – Режим доступа: http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_155553/ (дата обращения: 25.11.2017).
3. Средняя ошибка аппроксимации. – Режим доступа: <https://math.semestr.ru/corel/zadacha.php> (дата обращения: 25.11.2017).
4. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования (10-11 кл.). – Режим доступа: <http://минобрнауки.рф/документы/2365> (дата обращения: 25.11.2017).

ЗАМЕТКИ К РАННЕЙ ИСТОРИИ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ И ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Р.А. Мельников

Елец, ЕГУ им. И.А. Бунина

Аннотация: рассмотрены основные вехи ранней истории развития экономико-математических методов (главным образом, теории систем линейных алгебраических уравнений и неравенств, а также простейших методов линейного программирования). Охвачен период, начиная с середины XVIII века до 30-х годов XX столетия. Описан вклад в становление этой отрасли математики представителей французской, немецкой, венгерской и российской математических школ.

Ключевые слова: *линейное программирование; экономико-математические методы; система линейных неравенств; двойственные задачи; оптимизация; транспортная задача; математик; экономист.*

NOTES TO THE EARLY HISTORY OF ECONOMIC-MATHEMATICAL METHODS AND LINEAR PROGRAMMING

R.A. Melnikov

Yelets, YSU named after I.A. Bunin

Abstract: the main milestones of the early history of the development of economical mathematical methods (mainly the theory of systems of linear algebraic equations and inequalities, as well as the simplest methods of linear programming) are considered. The period covered is from the middle of the XVIII century to the 30-th of the XX century. The contribution to the development of this branch of mathematics of representatives of the French, German, Hungarian and Russian mathematical schools is described.

Keywords: *linear programming; economic and mathematical methods; system of linear inequalities; dual tasks; optimization; transport problem; mathematician; economist.*

По мнению известного отечественного специалиста в области математической оптимизации И.И. Еремина (1933–2013), «линейное программирование с формальной точки зрения можно было бы отнести к специфическому ответвлению от теории линейных неравенств, которая

и выступает базовым элементом для линейного программирования» [3, с. 6]. Действительно, многие важные факты линейного программирования, по сути, являются следствиями из теорем, которые были получены для систем линейных неравенств.

Ранняя история линейного программирования связана с построением простейших экономико-математических моделей. Первым трудом в этом направлении стала «Экономическая таблица», составленная французским экономистом *Ф. Кенэ* (1694–1774) [4, с. 427]. Автор этой работы поставил себе цель описать вопрос, связанный с общественным воспроизводством в целом. Таблица была составлена им в 1759 г., в её основу было положено установление балансовых пропорций между натуральными (вещественными) и стоимостными (денежными) элементами производства.

В 1874 г. французский экономист, профессор Лозаннского университета *Л. Вальрас* (1834–1910) построил свою экономико-математическую модель [7], краеугольным камнем которой стала теория общественного богатства.

Математические основы программирования (планирования) обнаруживаются в трудах известных математиков. Например, формирование теории двойственности для задач оптимизации с ограничениями-равенствами началось с работ *Ж.Л. Лагранжа* (1736–1813). Основы этой теории были заложены в его известном труде «Аналитическая механика» (1788). Ещё одной важной заслугой этого известного французского математика стала разработка правила множителей (одного из ключевых методов условной оптимизации).

Проблема, связанная с организацией перевозок товаров (известная сейчас под названием «транспортная задача»), была формализована в 1781 г. французским математиком, создателем начертательной геометрии *Г. Монжем* (1746–1818).

Значимый вклад в развитие теории линейных алгебраических уравнений, ставшей своеобразным фундаментом линейного программирования, внесли немецкий математик *К.Ф. Гаусс* (1777–1855) и французский математик *К. Жордан* (1838–1922).

Исследованием линейных неравенств, которые также составляют основу задач линейного программирования, одним из первых занялся известный французский математик *Ж.Б.Ж. Фурье* (1768–1830). Его заинтересовала задача определения наименьшего максимального отклонения в системах линейных уравнений. В 1826 г. ему удалось свести её к задаче о нахождении самой нижней точки многогранного множества [6]. Идея предложенного им метода для отыскания этого минимума состояла в последовательном перемещении от одной вершины многогранника к другой. Метод, предложенный Фурье, фактически, лёг в основу симплекс-метода.

Работами Фурье заинтересовался академик Петербургской Академии наук *М.В. Остроградский* (1801–1862). Ему они оказались полезными в исследованиях, посвященных аналитической механике. Остроградскому удалось показать, что «исследование равновесия системы материальных точек с освобождающимися связями сводится к изучению систем» [5, с. 9], схожих с теми, что рассматривал Фурье.

В 1838 г. в Париже был напечатан труд «Исследование математических принципов теории богатства» французского математика и экономиста *А.О. Курно* (1801–1877). Автор, например, первым построил кривую спроса, которая выразила связь между количеством товара и его ценой. Отметим, что с этой кривой связано одно интересное экономическое явление, известное как «парадокс Гиффена». Смысл этого явления состоит в том, что с повышением цены на какой-либо товар, потребление этого товара не снижается, а увеличивается. Этот термин вошел в научный оборот в честь английского экономиста и статистика *Р. Гиффена* (1837–1910), впервые описавшего соответствующий эффект на примере голода в Ирландии 1845–1849 гг.

Известный русский математик *П.Л. Чебышёв* (1821–1894) свел задачу о наилучшем приближении функций, заданных таблицей, посредством многочленов к исследованию конечных систем линейных нестрогих неравенств. Его исследования породили целое направление, связанное с решением экстремальных задач.

Изучением вопроса, связанного с системами линейных неравенств, занимался также известный бельгийский математик *Ш. Валле Пуссен* (1866–1962) [2, с. 28]

Подавляющая часть ранних работ посвящена определению условий, при которых система однородных линейных неравенств разрешима. Большинство полученных результатов в той или иной форме выражали взаимосвязь между исходной и двойственной системами ограничений.

Теоремы об альтернативных системах линейных неравенств появились в конце XIX в. в работах П.А. Гордана (1873), Ю. Фаркаша (1894) и Г. Минковского (1896). Затем появились исследования Г.Ф. Вороного (1908), Э. Штимке (1915), А. Хаара (1918), Г. Вейля (1935) и других ученых. Так, немецкий математик *П.А. Гордан* (1837–1912), изучая системы линейных неравенств с алгебраическими позициями, получил в 1873 г. [1, с. 39] необходимые и достаточные условия их совместности. Основной его результат состоит в следующем: однородная система уравнений с неотрицательными переменными имеет решение, в котором, по крайней мере, одна переменная положительна, если в двойственной системе со строгими неравенствами нет решения.

Лемма венгерского математика *Ю. Фаркаша* (1847–1930), предложенная в 1894 г., дала условия разрешимости конечной системы линейных неравенств. Но доказательство этого факта позднее неоднократно упрощалось и уточнялось.

Занимаясь теорией чисел, немецкий математик *Г. Минковский* (1864–1909), в книге «*Geometrie der Zahlen*» («Геометрия чисел», изданной в 1896 г. в Лейпциге) доказал теорему о следствиях систем линейных неравенств.

К задачам, связанным с системами линейных неравенств, привели также исследования известного отечественного математика *Г.Ф. Вороного* (1868–1908). Изучая квадратичные формы с целочисленными переменными, он в 1908 г. пришел к описанию свойств многогранников посредством решения конечной системы линейных неравенств.

В 1918 г. венгерский математик *А. Хаар* (1885–1933) привел обобщение леммы Фаркаша для неоднородных систем.

В 1921–1922 гг. американский математик *В.Б. Карвер* (1879–1961) получил условие совместимости произвольной конечной системы строгих линейных неравенств.

Нельзя обойти вниманием вклад в теорию линейных неравенств отечественных математиков. Например, отдельные факты, посвященные теории систем линейных неравенств, можно найти в статьях доцента Московского городского педагогического института *А.Г. Школьника* (1898–??).

Профессору *С.Н. Черникову* (1912–1987) принадлежит формулировка принципа граничных (узловых) решений, ставшего краеугольным камнем этой теории. Им также развиты метод Фурье и алгебраическая теория бесконечных систем линейных неравенств с условиями конечности.

Одной из важнейших экономико-математических задач, решаемой методами линейного программирования, является транспортная задача. Первые постановки этой задачи были осуществлены в конце 20-х годов XX в. в СССР при планировании перевозок. Результаты этих исследований опубликованы в сборнике «Планирование перевозок» (1930). На транспорте часто возникают задачи, в которых необходимо определить минимум затрат при заданных объемах перевозок. Еще в 1929 г. утверждалось, что при планировании перевозок задача состоит в том, чтобы затратить на переброску товаров наименьшее количество материально-хозяйственных ценностей.

Таковыми были исторические предпосылки для появления исследований советского математика *Л.В. Канторовича* (1912–1986), лауреата Нобелевской премии по экономике (1975) и американского математика *Дж. Данцига* (1914–2005), которые, несомненно, являются создателями современной теории линейного программирования.

Список литературы

1. Андрианов А.Л. Зарождение и ранняя история линейного программирования. Диссертация на соискание уч. степени кандидата физико-математических наук. – М, 2017.
2. Данциг Дж. Линейное программирование, его применения и обобщения. – М.: Прогресс, 1966.
3. Еремин И.И. Линейная оптимизация и системы линейных неравенств: учеб. пособие для вузов / И.И. Еремин. – М.: Академия, 2007.
4. Мельников Р.А. Из истории экономико-математических методов // Бесконечномерный анализ, стохастика, математическое моделирование: новые задачи и методы. Проблемы математического и естественнонаучного образования: Тезисы и тексты докладов международной конференции (Москва, РУДН, 15-18 декабря 2014 г.). – М.: РУДН, 2014.
5. Черников С.Н. Линейные неравенства. – М.: Наука, 1968.
6. Fourier J. B. Solution d'une question particuliere du calcul des inegalites, Nouvean bulletin des sciences par la societe philomathique de Paris, 1826, p. 99; Euvres 11, Gauthier-Willars, Paris, 1890.
7. Walras L. Elements of Pure Economics: Or the theory of social wealth. 1954. / translation of 1926 edition, Homewood, Ill.: Richard Irwin.

ИНТЕГРАЦИЯ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ В ИССЛЕДОВАНИИ СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЕЙ

А.А. Олехов

Пермь, ПГГПУ

Аннотация: затронуты прикладные аспекты математики, в основе которых лежит её интеграция с информатикой. Описано применение математических методов в исследовании социальных сетей, в частности, возможность использования элементов теории графов при решении задач поиска «скрытых друзей» и распространения информации.

Ключевые слова: *интеграция; математика; информатика; социальные сети; теория графов.*

INTEGRATION OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE IN THE STUDY OF SOCIAL NETWORKS

A.A. Olekhov

Perm, PSHPU

Abstract: material is touch upon a question about applied aspects of mathematics based on mathematics and computer science integration. Is described the using of mathematical methods in study of social networks, in particular the possibility of using elements of the graph theory in solving the problems of searching for "hidden friends" and disseminating information.

Keywords: *integration; mathematics; computer science; social networks; graph theory.*

Современность предполагает масштабные, стремительно разворачивающиеся инновационные преобразования во всех сферах общества. Под инновацией Н.Г. Баранец, А.Б. Веревкин понимают «процесс, взаимосвязанных и сознательно инициируемых изменений, начинающийся в сфере фундаментального знания и продолжающийся в научно-технической сфере, позволяющей воплотить нововведение в сферу потребления» [2]. Так, агентство инноваций и развития экономических и социальных проектов в качестве инноваций в математике выделяет факт нахождения нового класса выпуклых равносторонних многогранников – многогранников Голдберга, доказывающий вероятность существования бесконечного числа подобных классов [1]; ученые из Университета Сассекса инновационным приложением математики считают разработанную ими систему для предсказания эпилептических припадков и экономических кризисов [1], созданная при этом математическая модель с одинаковым успехом может прогнозировать поведение сложных реальных систем и следить за явлениями вроде эпидемии и изменений климата, что позволяет предвидеть различного рода катастрофы и др. Вышеперечисленное свидетельствует о большой значимости интеграционных процессов в науке.

Поскольку большинство математических теорий неразрывно связано с практикой, озадачимся проблемой поиска некоторых инновационных приложений математики, в основе которых лежит интеграция математики

и информатики. Зададимся целью проверки возможности применения математических методов в исследовании социальных сетей, под которыми понимается платформа, онлайн сервис или веб-сайт, предназначенные для построения, отражения и организации социальных взаимоотношений [5]. Социальные сети (vkontakte.ru, facebook.com, «Одноклассники» и др.), помогают в осуществлении коммуникативных, маркетинговых, познавательных, развлекательных и прочих функций.

Рассмотрим социальную сеть как граф и спроецируем некоторые утверждения теории графов на язык социальных сетей (табл. 1).

Всю структуру связей социальной сети можно представить в виде одного большого графа, обладающего всеми присущими графам свойствами. Например, утверждение «Удвоенное количество ребер в графе – сумма степеней всех вершин» [3] интерпретируется на язык социальных сетей следующим образом: «Удвоенное количество связей друг с другом во всей социальной сети – сумма всех друзей в каждом профиле». В свою очередь теорема «Количество вершин в графе с нечетной степенью всегда четно» [3] реализуется так: «Количество профилей в сети с нечетным количеством друзей будет четно».

Таблица 1

Пример проекции утверждений теории графов на язык социальных сетей

<i>Вид графа</i>	<i>Свойства</i>	<i>Трактовка свойств в терминах социальных сетей</i>
Полный граф (каждая пара его вершин смежная [3]).	В полном графе степени всех вершин одинаковы	У каждого члена сети в кругу его «друзей» присутствуют все члены данной социальной сети; длина пути между членами равна единице
Дерево (связный граф, не имеющий циклов [3])	В дереве количество ребер на единицу меньше количества вершин	Количество связей между членами социальной сети на единицу меньше, чем количество самих членов сети

Одной из функций социальной сети «Вконтакте» является «сокрытие друга». Ей пользуются, если не хотят, чтобы кто-либо видел определенного человека в списке своих друзей. Математика способна помочь в поиске таких

пользователей, это осуществляется через поиск вершины с невидимыми связями. Применяя соответствующие теоремы теории графов можно выстроить алгоритм нахождения пользователей, «скрывающих» друзей: 1) подсчёт людей с нечетным количеством друзей; 2) если полученное число чётно, то скрытых друзей нет, в противном случае необходимо разделение графа на два подграфа; 3) повтор цикла. Результатом выполнения указанного алгоритма является список большинства людей, «скрывающих» друзей.

В последнее время набирает популярность реклама в социальных сетях, причем считается, что её наибольшая эффективность достигается при размещении рекламного поста пользователем с максимальным количеством друзей [5]. Предположим, что наиболее эффективный метод распространения информации в социальной сети возникает при размещении её самым дружественным членом (имеющим профиль, через который проходит максимальное количество кратчайших путей от каждого члена социальной сети к каждому). Использование элементов теории графов позволяет не только обосновать справедливость этого предположения, но и осуществить поиск такого профиля. Однако определение точки в графе, через которую проходит наибольшее количество кратчайших путей от каждой вершины к каждой является достаточно трудоемкой задачей, в особенности если брать граф такого размера как современная социальная сеть. Значительно сократить процесс решения этой задачи помогает применение прикладных компьютерных программ, одной из которых является система Mathematica, содержащая встроенные функции для поиска нужной вершины графа. Нами написана соответствующая компьютерная программа с использованием пакета Mathematica, определяющая профиль с наибольшим количеством друзей (самый популярный член социальной сети) и профиль, через который проходит наибольшее количество кратчайших путей от каждого члена социальной сети к каждому (самый дружественный член). Полный текст программы приведен в статье автора «Использование информационной системы Mathematica при изучении теории графов» [4]. Вышесказанное подтверждает возможность применения математических методов в исследовании социальных сетей.

Таким образом, можно сделать вывод, что в основе множества инноваций в математике лежит инновационная интеграция математики и информатики, в частности, связанная с исследованием социальных сетей и других вызывающих научный интерес объектов.

Список литературы

1. Агентство инноваций и развития экономических и социальных проектов. – Режим доступа: <http://www.innoros.ru/news/tags/innovatsii-v-matematike> (дата обращения: 13.10.2017).
2. Баранец Н.Г., Веревкин А.Б. Концептуальные инновации в математике. – Ульяновский государственный университет. – Режим доступа: <http://polpoz.ru/umot/konceptualenie-innovacii-v-matematike-n-g-baranec-a-b-verevkin/> (дата обращения: 13.10.2017).
3. Гаврилов Г.П., А.А. Сапоженко. Задачи и упражнения по дискретной математике: Учеб. пособие. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 416 с.
4. Олехов А.А. Использование информационной системы Mathematica при изучении теории графов // Материалы III Международной научно-практической конференции «Информационные системы и коммуникативные технологии в современном образовательном процессе» (Пермь, 21–23 июня 2016 г.) / науч. редкол.: Т.С. Волкова [и др.]. – Пермь: ИПЦ «Прокрость», 2016. – 111–117 с.
5. Халилов Д. Маркетинг в социальных сетях. – Режим доступа: <https://vk.com/public54043261> (дата обращения: 13.10.2017).

РАЗДЕЛ 2. ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ

СИНТЕЗ ДВУХ ТИПОВ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

В.А. Тестов

Вологда, ВоГУ

Аннотация: рассмотрено синергетическое взаимодействие различных математических моделей при изучении натуральных чисел. В наибольшей степени генезису натуральных чисел соответствует порядковая модель, что делает ее первичной в обучении. Показано, что при взаимодействии разных типов математических моделей в обучении появляется эффект эмерджентности.

Ключевые слова: натуральные числа; кардинальные и ординальные числа; порядковые и алгебраические структуры; эффект эмерджентности.

SYNTHESIS OF TWO TYPES OF MATHEMATICAL MODELS IN STUDYING NATURAL NUMBERS

V.A. Testov

Vologda, VoSU

Abstract: the synergistic interaction of different mathematical models for the study of natural numbers is examined. To the greatest extent, the genesis of the natural numbers corresponds to the ordinal model, which makes it the primary training. It is shown that in the interaction of different types of mathematical models in training there is an effect of emergence.

Keywords: natural numbers; cardinal and ordinal numbers; ordinal and algebraic structures; emergence effect.

Одним из главных принципов отбора содержания обучения является принцип целостности. Для формирования целостного представления о математике необходимо единение различных взглядов на природу математики, взаимодействие в обучении различных типов математических

моделей. Однако сами математики зачастую смотрят на математику с разных точек зрения, по-разному представляют предмет своей науки.

Академик А.Н. Колмогоров в ряде своих статей поддержал точку зрения Н. Бурбаки, согласно которой математика – это наука о специальных структурах, называемых математическими. Эти структуры, согласно Н. Бурбаки, подразделяются на три основных типа: алгебраические, порядковые и топологические. Ряд других математиков вместо термина «математические структуры» предпочитают использовать термин «математические модели». В частности, Л.Д. Кудрявцев предложил включить в понятие о математических структурах структуры, являющиеся математическими моделями реальных явлений.

Алгебраические модели – это множества с алгебраическими операциями. В процессе исторического развития алгебраические операции стали производиться не только над предметами и числами, но и над более отвлеченными объектами (векторами, преобразованиями и т.д.) При этом были выявлены общие свойства таких операций, что привело к возникновению абстрактных алгебраических структур (групп, колец, полей, векторных пространств и т.д.).

Другой важный тип представляют собой модели с отношением порядка. Упорядочение предметов и явлений по тому или иному признаку постоянно происходит в жизненных ситуациях. Изучение общих свойств различных упорядоченных множеств и привело к возникновению абстрактных порядковых моделей (структур) (цепей, вполне упорядоченных множеств, решеток, булевых алгебр и т.д.).

Если взглянуть на здание математики в целом, то обнаруживается то, что в нем в самом центре находятся основные упомянутые выше типы моделей, это – порождающие модели. За пределами этого первоначального ядра появляются модели, которые являются синтезом нескольких порождающих моделей, органически скомбинированных при помощи одной или нескольких связывающих их аксиом.

Школьники и студенты с синтезом алгебраических и порядковых моделей, с их синергетическим взаимодействием неоднократно встречаются при изучении математических курсов. В частности, такое взаимодействие происходит в теории натуральных чисел.

Натуральные числа являются фундаментом всего школьного и вузовского математического образования. Число – одно из удивительнейших и прекраснейших созданий человеческого духа, и понятие числа заслуживает того, чтобы каждый образованный человек имел хотя бы некоторое представление о тех глубинах, которые оно в себе содержит. Натуральные числа возникли из потребностей счета в глубокой древности. Как отметил С. Феферман, «Простейшими конкретными представителями этих чисел являются ряды черточек: |, ||, |||, ||||, Пересчитывая (конечное) множество объектов, мы каждому объекту ставим в соответствие некоторую черточку и, таким образом, устанавливаем взаимно-однозначное соответствие между данным множеством и множеством черточек. Упорядочивая множества, мы занумеровываем его элементы в соответствии с последовательностью черточек как первый, второй, третий и т.д.» [4, с. 77].

Таким образом, в самом процессе счета появляются две различные модели натурального ряда: алгебраическая и порядковая. Основные свойства натуральных чисел могут быть описаны и изучены с помощью любой из этих двух моделей, причем первая приводит к теории кардинальных чисел в теории множеств, а вторая – к теории порядковых (ординальных) чисел.

О натуральных числах школьники узнают еще в первом классе и уже в этом возрасте знакомятся с взаимосвязью операции сложения натуральных чисел с понятием «больше-меньше» для таких чисел. Конечно, в силу возрастных особенностей младших школьников, глубокие взаимосвязи порядковых и алгебраических свойств натуральных чисел остаются вне рамок школьной программы. Они могут быть изучены лишь в вузе в курсе «Числовые системы» в процессе подготовки учителей математики.

Обе модели тесно взаимосвязаны друг с другом. С помощью соотношения

$$a < b \Leftrightarrow (\exists n)(a + n = b)$$

можно определить отношение порядка через операцию сложения.

Если же взять за основу отношение порядка во множестве натуральных чисел, то операции сложения и умножения в нем можно определить с помощью рекуррентных соотношений, используя функцию непосредственного следования:

$$S(a) : a + 1 = S(a); a + S(b) = S(a + b).$$

Согласно Г. Кантору – создателю теории множеств, конечные кардинальные и конечные ординальные числа оказываются объектами различной природы. Причем он отдал предпочтение кардинальным числам, что может быть объяснено тем, что они были им рассмотрены первыми.

Двойственный характер природы натуральных чисел, т. е. то, что они одновременно являются количественными и порядковыми числами, приводит к методологическим трудностям при формировании понятия о натуральных числах. В школьной математике возможны два соответствующих подхода, основанные на этих двух моделях натурального ряда: теориях кардинальных и ординальных чисел. Школьная методика накопила многовековой опыт формирования у детей понятия о натуральном числе на основе модели, использующей счет предметов, первичность порядковых свойств, что соответствует и историческому процессу формирования этого понятия.

Процесс счета натуральных чисел имеет в своей основе следующие факты из теории линейно упорядоченных множеств, т. е. множеств, на которых задано отношение линейного порядка «<».

1) Всякое конечное множество можно линейно упорядочить, т. е. расположить в цепочку.

2) Во всяком конечном линейно упорядоченном множестве X существует наименьший (наибольший) элемент.

3) Любое конечное линейно упорядоченное множество X изоморфно с сохранением порядка некоторому отрезку множества натуральных чисел, т.е. между ними существует взаимно однозначное соответствие, сохраняющее порядок.

Именно установление такого изоморфизма и может быть названо счетом элементов множества X .

В 60 – 70 годах XX столетия были предприняты попытки ввести в школьную практику, основываясь на мнении Г. Кантора, чисто количественную модель формирования этого понятия. Сторонники этого подхода обычно ссылаются на работы Ж. Пиаже. Но, как показали исследования Ж. Пиаже и А. Шеминской, формирование у ребенка понятий порядкового и количественного числа идет одновременно.

Переоценка количественного аспекта натурального числа, как отмечает известный голландский математик и педагог Г. Фройденталь, недопустима:

1. Мнение о том, что количественное число, т. е. рассмотрение, основанное на понятии мощности, достаточно для обоснования натурального числа, математически ложно (по крайней мере, если математику понимают в обычном смысле).

2. Количественный аспект целых чисел несуществен по сравнению с порядковым аспектом.

3. Количественный аспект недостаточен для дидактики натуральных чисел. [5, с. 110].

По его мнению, «порядковое число играет в происхождении понятия числа первую и важнейшую роль – это следует признать и с точки зрения возрастной психологии, и с точки зрения педагогики, а никак не отрицать эту роль» [5, с. 119]. Г. Фройденталь считает недопустимым догматическое отрицание веками сложившегося опыта изучения натуральных чисел.

А.Н. Колмогоров также отмечал, что «некоторые методисты слишком уверовали в логическую обязательность очерченного Г. Кантором пути, в котором четкое оформление понятия эквивалентности множеств предшествует счету. Мы уже видели, что наука вовсе не требует признания за концепцией, идентифицирующей натуральные числа с конечными мощностями, какого-то исключительного и преимущественного положения» [1, с. 246 - 247].

При построении теории натуральных чисел в вузах также возникает вопрос, какую модель этой теории принять за первичную. В наибольшей

степени генезису натуральных чисел, возникших в процессе счета предметов, соответствует порядковая модель. Поэтому предпочтительнее было бы строить теорию в такой последовательности: сначала определить отношение порядка и строить порядковую модель, а затем определить алгебраические операции сложения и умножения и строить алгебраическую модель. Именно такое изложение теории натуральных чисел на основе введения отношения порядка нашло отражение в книгах автора [2], [3].

Конечно, не идет речи о том, чтобы в начальной школе знакомить учащихся с таким определением натуральных чисел. Однако младшим школьникам вполне по силам усвоить характеристические свойства натурального ряда: натуральные числа следуют в определенном порядке одно за другим; числа в натуральном ряду не могут повторяться; ряд натуральных чисел всегда можно продолжить; всегда можно выписать все числа, меньшие некоторого данного натурального числа; любая часть натурального ряда содержит наименьшее число.

В школьном преподавании математики наиболее близкий подход к введению числа, как элемента упорядоченного множества (множества величин), осуществлен в программах и учебниках, созданных по системе развивающего обучения Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова.

Синтез порядковой и алгебраической моделей, их взаимодействие при изучении натуральных чисел демонстрирует эффект эмерджентности – возникновения у системы особых свойств, не присущих её элементам, несводимость свойств системы к сумме свойств её компонентов. Этот эффект возникает при взаимодействии самых разных типов математических моделей. Тем самым, такой эффект помогает при изучении математики осознать школьникам и студентам целостность математики, синергетическое взаимодействие различных типов моделей в математике.

Список литературы

1. Колмогоров А.Н. Математика – наука и профессия. – М.: Наука, 1988. – 280 с.

2. Тестов В.А. Порядковые структуры в алгебре и теории чисел. – М.: МПГУ, 1997. – 110 с.
3. Тестов В.А. Величины, числа, неравенства: стратегия обучения. Учебно-методическое пособие. – Вологда: Изд. Центр ВИРО, 2005. – 132 с.
4. Феферман С. Числовые системы. Основания алгебры и анализа. – М., 1971. – 440 с.
5. Фройденталь Г. Математика как педагогическая задача. -М.: Просвещение, ч. 1, 1982. – 208 с.; ч. 2, 1983. – 192 с.

ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ ИНЖЕНЕРНОГО НАПРАВЛЕНИЯ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО ВУЗА

Н.Ю. Горбунова

Пермь, ПГАТУ им. академика Д.Н. Прянишникова

Аннотация: рассмотрены понятие самостоятельной работы студентов и ее виды; выявлены цели и задачи, условия эффективности: мотивация студентов, учебно-методическое, информационное, компьютерное обеспечение; дифференцированные системы мониторинга и заданий для самостоятельной работы студентов. Приведены примеры организации различных форм самостоятельной работы студентов по математике на инженерном факультете сельскохозяйственного вуза и контроля сформированности профессионально значимых качеств обучающихся.

Ключевые слова: *самостоятельная работа студентов; цели; задачи; условия реализации; виды; математика; промежуточный контроль.*

ORGANISATION OF SELF-STUDY WORK IN MATHEMATICS FOR ENGINEERING STUDENTS OF AGRICULTURAL UNIVERSITY

Gorbunova N.Yu.

Perm, PSATU named after D.N. Pryanishnikov

Abstract: concept of self-study work of students and its types have been considered; aims and tasks, and efficiency conditions have been revealed: students motivation, learning and teaching support materials, information and computer-based support; differential systems of monitoring and tasks for independent work of students. Examples of organizing different types of self-study work in Mathematics at the faculties of engineering of agricultural universities and monitoring of students professionally-important qualities formation have been given.

Keywords: *self-study work of students; aims; tasks; conditions of realization; types; Mathematics; intermediate control.*

В рамках реализации компетентного подхода, самостоятельная работа студентов (СРС) является неотъемлемой частью высшего образования. Она предусмотрена ФГОС ВО и обуславливает развитие личностно и профессионально значимых качеств будущих выпускников. Кроме того, организация СРС способствует становлению субъектной позиции студента в процессе обучения, что, в свою очередь, подразумевает его реорганизацию как в части образовательной и учебно-методической составляющих, так и совершенствования информационно-образовательных технологий. В научно-методических сборниках и пособиях по педагогике СРС определена как планируемая преподавателем в рамках рабочей программы дисциплины учебная или научно-исследовательская деятельность студентов, осуществляемая ими вне рамок аудиторной работы [4].

Основной целью осуществления СРС является освоение в полном объеме образовательной программы и формирование у студентов общих и профессиональных компетенций, предусмотренных ФГОС ВО. Среди задач организации СРС можно назвать:

- создание условий для реализации практических, образовательных и творческих задач обучения; повышение у студентов мотивации к обучению за счет расширения сфер применения получаемых умений и навыков;
- систематизация, закрепление и расширение их теоретических знаний и практических умений; обретение обучающимися опыта творческой, исследовательской деятельности для решения учебных и профессиональных задач;
- развитие у них познавательных способностей, умений работать с учебной и научной информацией, навыков саморазвития и самообразования;
- воспитание организованности, самостоятельности и ответственности.

Ввиду того, что СРС предусмотрена ФГОС ВО, она является обязательной для каждого студента, а ее объем определяется учебным планом дисциплины. Распределение и планирование выделенного для СРС времени по изучаемым разделам и видам работы производится преподавателем. Он может, с учетом психолого-дидактических условий развития мышления, разработать различные виды занятий, в том числе – индивидуальную работу каждого студента. Желательно, чтобы деятельность обучающихся при этом имела характер не формального выполнения определенных заданий, а активизировала их познавательную и творческую активность; стимулировала к формированию собственного мнения; способствовала развитию мышления, мотивации и профессионально значимых качеств личности. Преподавателю при организации СРС следует помнить о некоторых условиях, способствующих ее эффективности [4].

Во-первых, студенты должны иметь высокую мотивацию для осуществления самостоятельной работы по получению знаний и формированию различного рода компетенций. Именно подготовка к будущей профессиональной деятельности, по мнению специалистов, является самым сильным мотивирующим фактором обучения [4]. К ней относятся: возможность применения результатов выполняемой работы в учебной деятельности, реализация прикладных, междисциплинарных или дипломных проектов, опора на полученные знания при изучении других дисциплин.

Среди других факторов, влияющих на формирование положительной мотивации к обучению вообще и выполнению СРС, в частности, можно выделить:

- реализацию в процессе обучения различных форм и технологий, активизирующих мыслительную деятельность студентов, в том числе – деловых игр, исследовательских и творческих заданий и т.п.;
- использование факторов, способствующих состязательности студентов, при контроле знаний (рейтинговые и накопительные оценки, дополнительные баллы за творческие работы, своевременность их сдачи и т.д.).

Во-вторых, учебно-методическое и информационное обеспечение СРС должно наличествовать и быть доступным (в библиотеках, на кафедрах и т.д.). В указанный перечень могут входить не только комплекты литературы (учебники, учебные и методические пособия, сборники задач, дидактические материалы и т.п.), но и описание изучаемого курса, его цели, задачи, формы и средства контроля усвоения знаний, умений и навыков.

В-третьих, должна быть разработана система мониторинга и регулярного контроля выполняемой самостоятельной работы, а также оценки ее качества. Эта система может иметь развивающую направленность, дифференцированный характер и сочетаться с самоконтролем. Кроме того, как было показано, накопительная система оценивания служит мощным стимулом к обучению.

В-четвертых, не должна остаться без внимания обеспеченность СРС компьютерной и телекоммуникационной техникой. Ее наличие раскрывает перед преподавателем и обучающимися широкие возможности в выборе форм и методов работы, проверки качества ее выполнения. Кроме того, использование компьютерных средств обучения помогает студентам находить дополнительные источники информации; использовать электронные средства, автоматизированные системы при решении учебных задач, т.е. развивать их профессиональные навыки владения современными технологиями.

В-пятых, СРС должна осуществляться в рамках личностно-ориентированного подхода, иметь дифференцированный характер и учитывать, по возможности, индивидуальный уровень подготовленности и склонности каждого студента; содержать элементы новизны; содействовать использованию интенсивных и интерактивных технологий.

В-шестых, при организации СРС следует комбинировать различные ее формы, совмещать индивидуальную и групповую формы работы, предоставлять, при необходимости, консультационную помощь преподавателя и иметь в виду общую нагрузку студентов.

Указанные факторы, способствующие эффективности СРС, учитываются при ее планировании преподавателями всех дисциплин, в том числе –

математики. Но организация самостоятельной работы по математическим дисциплинам имеет и свою специфику, обоснованную введением нового материала, как правило, посредством традиционных методов обучения.

Так, среди видов СРС, направленной на освоение основной образовательной программы по математике, выделяют аудиторную и внеаудиторную работы. К первой относят, как правило, активную работу на занятии (составление конспекта лекции, ответы на вопросы преподавателя, коллективное рассмотрение заданий и др.); самостоятельное решение творческих, исследовательских или типовых задач для закрепления навыков; выполнение заданий контрольных работ (срезов, зачетов) по основным разделам изучаемого курса. Среди видов внеаудиторной самостоятельной работы по математике можно назвать:

- подготовку к аудиторным занятиям (проработка конспектов лекций, основной и дополнительной литературы для успешного осуществления дальнейшего изучения материала и сдачи контрольных испытаний);
- решение комплектов типовых задач для закрепления знаний основных теорем и алгоритмов разделов математики (РГР, домашние контрольные работы, типовые расчеты и т.п.);
- выполнение заданий для систематизации знаний (составление опорных схем, таблиц; решение прикладных и цепочек задач с использованием понятий различных разделов математики; подготовка к зачетным работам и экзаменам);
- изучение и проработка отдельных тем, вынесенных на самостоятельное изучение, в соответствии с тематическим планом дисциплины;
- выполнение творческих и исследовательских заданий (прикладные проекты, сборники задач по теме; решение вариативных производственных или усложненных задач и упражнений; подготовка информационных сообщений).

Такое разнообразие видов СРС обусловлено современным ФГОС ВО и рабочими программами дисциплин. Так, на инженерном факультете ФГБОУ ВО «Пермская ГСХА» направлений подготовки бакалавриата

«35.03.06. «Агроинженерия», 23.03.03. «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов». 20.03.01. «Техносферная безопасность» объем СРС по дисциплинам «Математика» и «Высшая математика» составляет 60% от общего количества часов, отведенных для их изучения. Он подразумевает серьезную самостоятельную подготовку студентов к освоению в полной мере образовательной программы. Обеспечить ее помогает реализация названных видов СРС. Так, по каждому разделу математики в начале его изучения студентам выдаются индивидуальные комплекты типовых задач. На практических занятиях около 50% времени отводится на их самостоятельное решение и, по возможности, индивидуальное консультирование, разбор типичных ошибок. Доработка решений выносится на внеаудиторную самостоятельную работу и сдается для проверки перед аудиторной контрольной или зачетной работой по каждому разделу. Кроме типовых, в комплекты индивидуальных заданий можно включать прикладные задачи, позволяющие применить полученные теоретические знания, использовать понятия нескольких разделов, развить межпредметные и профессиональные навыки. Так, по разделу «Элементы линейной алгебры» для самостоятельного решения в набор типовых задач входят задания:

- вычислить определитель квадратной матрицы четвертого порядка;
- решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), состоящую из трех уравнений с тремя неизвестными методами Крамера, Гаусса, обратной матрицы;
- исследовать однородную СЛАУ;
- исследовать и, в случае совместности, решить СЛАУ, состоящую из четырех уравнений с четырьмя неизвестными.

К дополнительным заданиям по этому разделу относятся:

- определение матрицы затрат ресурсов, используемых на предприятии для выпуска продукции при заданных матрицах норм затрат и количества продукции; стоимости найденного объема ресурсов;

- нахождение объема выпускаемой на предприятии продукции при заданных матрицах норм затрат и ограничений запасов ресурсов и др.

Решение прикладных и задач математического моделирования, предусмотренное для СРС, позволяет показать применение основных законов естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности (для решения технических и технологических проблем, проведения теоретических, экспериментальных, вычислительных исследований и оценки результатов измерений, обработки полученных данных и др.). Таким образом, оно усиливает практическую роль изучаемого материала и интегрирует его, а также помогает формированию у студентов профессионально значимых качеств и умений применять стандартные методы для формулировки и решения профильных задач [1, 5].

Другой вид СРС, также направленной на закрепление и систематизацию полученных знаний, – составление опорных схем и таблиц. Так, при изучении раздела «Дифференциальные уравнения второго порядка» студентам рекомендовано составить таблицу 1 с указанием их вида и способа решения.

Таблица 1

Дифференциальные уравнения второго порядка (ДУ)

Название	Общий вид	Способ решения
ДУ второго порядка, допускающие понижение порядка	$y'' = f(x)$	Подстановка: $y' = p$, $y'' = p'$, где $p = p(x)$
	$y'' = f(x, y')$	Подстановка: $y' = p$, $y'' = p'$, где $p = p(x)$
	$y'' = f(y, y')$	Подстановка: $y' = p$, $y'' = p'p$, где $p = p(y)$
ЛОДУ (линейные однородные ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами)	$y'' + py' + qy = 0$, где p и $q - const$	Характеристическое уравнение: $k^2 + pk + q = 0$ Если $k_1 \neq k_2 \in \mathbb{R}$, то $y_{одн} = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$ Если $k_1 = k_2 = \alpha \in \mathbb{R}$, то $y_{одн} = C_1 e^{\alpha x} + C_2 x e^{\alpha x}$ Если $k_{1,2} = \alpha \pm \beta i$ – сопряженные комплексные, то $y_{одн} = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$

ЛНДУ (линейные неоднородные ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами)	$y'' + py' + qy = f(x),$ где p и $q - \text{const}$	$y_{\text{общ}} = y_{\text{одн}} + \bar{y},$ где $\bar{y}$ – какое-нибудь частное решение ЛНДУ
		Если $f(x) = P_n(x) \cdot e^{\alpha x},$ где $\alpha \in \mathbb{R}, P_n(x)$ – многочлен степени $n,$ то $\bar{y} = x^r \cdot Q_n(x) \cdot e^{\alpha x},$ где r – число, равное кратности α как корня характеристического уравнения ЛОДУ, $Q_n(x)$ – многочлен степени $n,$ записанный с неопределенными коэффициентами.
		Если $f(x) = e^{\alpha x} (P_n(x) \cdot \cos \beta x + Q_m(x) \cdot \sin \beta x),$ где $\alpha, \beta \in \mathbb{R}, P_n(x)$ и $Q_m(x)$ – многочлены степеней n и m соответственно, то $\bar{y} = x^r e^{\alpha x} (M_t(x) \cdot \cos \beta x + N_t(x) \cdot \sin \beta x),$ где $M_t(x)$ и $N_t(x)$ – многочлены степени $t,$ записанные с неопределенными коэффициентами, $t = \max(n, m); r$ – число, равное кратности $(\alpha + \beta i)$ как корня характеристического уравнения ЛОДУ
		Если $f(x) = f_1(x) + f_2(x),$ то $\bar{y} = \bar{y}_1 + \bar{y}_2,$ Где $\bar{y}_1$ и $\bar{y}_2$ – какие-нибудь частные решения уравнений $y'' + py' + qy = f_1(x)$ и $y'' + py' + qy = f_2(x)$

Составление подобных таблиц помогает студентам и при изучении других разделов математики. К ним относятся:

- «Аналитическая геометрия на плоскости» – таблицы «Прямая линия на плоскости», в которой перечислены основные виды уравнений прямой на плоскости, задачи по этой теме, а также «Кривые второго порядка», с приведенными их определениями, каноническими уравнениями, чертежами, дополнительными характеристиками;

- «Аналитическая геометрия в пространстве» – таблицы «Плоскость», «Прямая линия в пространстве», «Прямая линия и плоскость в пространстве»,

в которых перечислены основные виды уравнений прямой и плоскости, задачи по этим темам, а также «Поверхности второго порядка»;

- «Неопределенный интеграл» – таблица «Интегрирование рациональных дробей, тригонометрических и иррациональных функций» со способами решения и видами подстановок, приводящими данные интегралы к табличным;

- «Определенный интеграл» – таблица с описанием основных методов интегрирования с приложениями в математике и механике и др.

Для дополнительной работы с математическими понятиями можно также предложить студентам составить глоссарии некоторых разделов. Так, при изучении понятий линейной алгебры, дифференциального исчисления функций нескольких переменных, комплексных чисел и т.д., обучающиеся знакомятся с большим объемом новых терминов. Составление их перечня с определениями существенным образом влияет на скорость запоминания и глубину понимания.

Изучение отдельных тем, вынесенных на самостоятельное изучение, студентами также производится во внеаудиторное время по имеющимся в библиотечном фонде учебникам и разработанным на кафедре учебно-методическим пособиям, включающим решения типовых и прикладных задач.

Контроль усвоенных знаний и приобретенных навыков происходит во время аудиторных контрольных и зачетных работ по разделам. Кроме того, студентам по желанию предлагаются темы проектных работ (в том числе, – прикладных), защита которых осуществляется на аудиторных занятиях или во время сессий научно-практических студенческих конференций. Выполненные проекты носят обучающий или исследовательский характер и способствуют формированию навыков исследовательской деятельности, расширяют познавательные интересы обучающихся. Перечень тем проектов по некоторым разделам математики и возможных продуктов их реализации приведен в таблице 2.

Темы учебных проектов, возможные продукты реализации

Раздел математики	Тема проекта	Возможный продукт
Элементы линейной алгебры	Применение понятий линейной алгебры при решении задач теоретической механики, с экономическим содержанием	Мастер-класс по решению задач теоретической механики, с экономическим содержанием инструментами линейной алгебры
Дифференциальные уравнения	Применение дифференциальных уравнений при решении задач физики	Сборник задач; мастер-класс – решение задач физики и с экономическим содержанием с применением дифференциальных уравнений
	Применение дифференциальных уравнений при решении задач с экономическим содержанием	
Двойные интегралы	Развитие теории кратных интегралов	Фрагмент лекции; исторический экскурс
	Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла	
	Приложения двойного интеграла к решению задач механики	Сборник задач
Теория вероятностей	Развитие науки «Теория вероятностей»	Фрагмент лекции; исторический экскурс
	Применение понятий теории вероятностей при решении задач с экономическим содержанием	Сборник задач
	Применение теорем из раздела «Повторные независимые испытания» в теории надежности машин и механизмов	Сборник задач; мастер-класс – решение задач по теории надежности машин и механизмов

Реализация исследовательской деятельности, как одного из компонентов СРС, способствует формированию знаний математических, физических, общетехнических, экономических и других наук, их приложений

и междисциплинарных связей, а также – овладению профессионально значимыми умениями:

- создавать проекты, проводить исследования, оценивать результаты своего труда, отстаивать принятые решения, представлять научные результаты;
- разрабатывать и использовать программные продукты для выполнения инновационных проектов и внедрять их; разрабатывать новые методы и алгоритмы для решения исследовательских задач; усовершенствовать результаты научных исследований до уровня продукта (технологии);
- реализовать собственный познавательный потенциал [2].

При проведении контроля и оценивания навыков обучающихся по разделам математики, можно организовать не только аудиторную работу по решению типовых задач, но и проверку теоретических знаний. Так, в разделе «Определенный интеграл» предусмотреть письменный опрос, проводимый в начале практического занятия и занимающий 15–20 минут, по вопросам:

- понятие и основные свойства определённого интеграла;
- формула Ньютона-Лейбница;
- метод замены переменной в определённом интеграле;
- метод интегрирования по частям в определённом интеграле и т.д.

Такая форма промежуточного контроля позволяет студентам систематизировать полученные знания, рациональным образом готовиться к экзамену, получать дополнительные баллы в случае рейтинговой оценки по дисциплине. Преподаватель при этом имеет возможность регулярно отслеживать уровень самостоятельной подготовки обучающихся и, при необходимости, производить некоторую корректировку режима их деятельности.

Реализация различных видов СРС необходима и обоснована получением разных образовательных результатов: приобретения разноплановых умений и навыков, формирования общих и профессиональных компетенций. К последним, значимым для студентов инженерного факультета, на развитие которых особое влияние оказывает выполнение СРС по математике, относятся:

- проведение экономической (стоимостной) оценки производственных ресурсов, систематизация и оценка полученной информации для их формирования и использования; принятие своевременных решений и управление техническими и экономическими процессами в условиях неопределенности;
- выполнение теоретических, экспериментальных, вычислительных исследований по научно-техническому обоснованию инновационных технологий, оценке их результатов и рисков, прогнозировании последствий [5];
- использование современных информационных технологий для самостоятельного получения новых знаний, расширение их содержания; создание и внедрение инновационного продукта; реализация результатов самостоятельной познавательной деятельности;
- осуществление практического применения новых и ранее полученных учебных знаний и навыков.

Самостоятельная работа студентов является обязательной и важной частью высшего образования и помогает формированию у обучающихся мотивационной направленности и когнитивного стиля личности, развитию логической культуры, предметно-логического и теоретического мышлений обучающихся; их познавательных интересов в инженерной сфере, обусловленных профессиональными потребностями, и других значимых качеств (самостоятельности, ответственности, воли, креативности).

Список литературы

1. Горбунова Н.Ю. Использование профессионально ориентированных задач математического моделирования при обучении студентов инженерного направления // В науч. журн. «Современные исследования социальных проблем». – Красноярск: Изд-во ООО «Научно-инновационный центр», 2017. – Том 8. – № 4. – С. 86–100.
2. Горбунова Н.Ю. Формирование творческих способностей студентов при изучении темы «Определенный интеграл» // В науч.-метод. сб. «Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона». – Киров: ВятГГУ, 2016. – Вып.18. – С. 146–153.

3. Листенгартен В.С., Годник С.М. Самостоятельная деятельность студентов: Пособие для преподавателей вузов. – Воронеж: Изд-во ВГУ, 1996. – 96 с.

4. Попова С.Н. Активизация самостоятельной работы студентов технического вуза при обучении профессиональному иностранному языку // В науч. журн. «Молодой учёный». – Казань: ООО «Изд-во Молодой ученый», 2015. – Вып.13 (93). – С. 685–687.

5. ФГОС ВО по направлению подготовки 23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов (квалификация (степень) «бакалавр»). Режим доступа: <http://fgosvo.ru/fgosvo/92/91/4> (дата обращения: 20.06.2017).

ФОРМИРОВАНИЕ У БУДУЩЕГО ПЕДАГОГА СПОСОБНОСТИ К ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

И.В. Кузнецова

Филиал САФУ в г. Коряжме

С.А. Тихомиров

ЯГПУ им. К.Д. Ушинского

Аннотация: рассмотрены аспекты формирования у будущего учителя математики синергетических знаний и умений на основе организации сетевой проектной деятельности при изучении математических курсов в вузе.

Ключевые слова: *синергетические умения; математическое образование; подготовка будущего учителя; сетевая проектная деятельность.*

THE FORMATION OF A FUTURE TEACHER'S ABILITY TO THE PROJECT ACTIVITY

I.V. Kuznetsova, S.A. Tikhomirov

Koryazhma, The Branch of NArFU

Yaroslavl, YSPU named after K. D. Ushinsky

Abstract: the aspects of formation of synergetic knowledge and abilities at future mathematics teacher on the basis of the organization of network project activity when studying mathematical courses in higher education institution are considered.

Keywords: *synergetic abilities; mathematical education; training of future teacher; network project activity.*

Одной из основополагающих характеристик современного человека, действующего в пространстве культуры, является его способность к проектной деятельности. Поэтому в современном российском образовании актуальными становятся методы обучения, в том числе и математике, направленные на активную, самостоятельную деятельность обучающихся по приобретению новых знаний, на овладение способами самоорганизации, самообразования, т.е. синергетическими знаниями и умениями, умениями осуществлять проектную деятельность.

Проективная (или проектная) деятельность. Целью проектной деятельности студентов является понимание и применение ими знаний, умений и навыков, приобретенных при изучении различных предметов (на интеграционной основе) и предполагает преобразование существующей реальности.

Проект (от лат. *projectus*, букв. – брошенный вперед) означает: 1) совокупность документов (расчетов, чертежей и др.) для создания какого-либо сооружения или изделия; 2) предварительный текст какого-либо документа; 3) замысел, план.

В образовании метод проектов не является принципиально новым, поскольку возник еще в начале нынешнего столетия в США. Его называли также методом проблем и связывался он с идеями гуманистического направления в философии и образовании, разработанными американским философом и педагогом Дж. Дьюи, а также его учеником В.Х. Килпатриком.

Обучение будущего педагога проектной деятельности в вузе возможно не только при изучении дисциплины «Проекты», которая введена в учебные планы вуза, но и непосредственно при обучении их математическим курсам.

Именно глобальная сеть Интернет, в частности, сервисы Web 2.0, выступает в качестве доступного источника получения учебной информации, порождения новых знаний, среды социальных коммуникаций и самореализации личности.

Осуществление продуктивной совместной деятельности студентов по распределению и постоянному обмену информационными ресурсами; открытость и возможность предоставления доступа всем обучающимся к общим информационным ресурсам; формирование персонализированной позиции обучающихся; обеспечение качественно нового уровня взаимодействия субъектов образовательного процесса; приобретение опыта рефлексии и коллективного действия; переход от обучения к самообразованию позволяют говорить о возможности и необходимости создания сетевых образовательных сообществ в вузах, которые можно отнести к сложным нелинейным информационным системам, имеющим тенденции к самоорганизации и подчиняющимся законам синергетики [1].

В связи с этим математическое образование будущего учителя математики, в том числе нацеленное на овладение технологией проектного обучения, должно осуществляться на основе:

- обмена информацией и знаниями в ИКТ-среде,
- осуществления проектной деятельности, обеспечивающей активное взаимодействие участников образовательного пространства,
- открытого доступа к самой разнообразной и профессионально значимой информации,
- фиксации результатов образовательного процесса [2].

Так, например, студенты Филиала САФУ в г. Коряжме при изучении курса алгебры выполняют учебные сетевые проекты, которые затем размещаются на сайте сетевого образовательного сообщества.

Учебный сетевой проект – это форма организации совместной учебной деятельности студента и преподавателя в сети Интернет, предусматривающая совокупность действий в определённой последовательности, направленных на достижение поставленной цели – самостоятельное решение конкретной проблемы (задачи), значимой для обучающихся и оформленной в виде конечного продукта. Реализация учебного проекта в сети Интернет фактически означает создание сетевого сообщества. Поэтому можно говорить о сетевой

проектной деятельности будущих учителей математики как о деятельности сетевого сообщества.

Поскольку проектная деятельность обучающихся направлена на применение ими знаний, умений и навыков, приобретенных при изучении различных предметов (на интеграционной основе), то при подготовке будущего учителя математики, структурообразующим фактором, позволяющим отобрать базовые теоретические знания из различных математических дисциплин, являются математические структуры.

Именно они позволяют в определенной степени систематизировать математику (что особенно важно для будущего учителя математики). Согласно Н. Бурбаки, математическая структура – это система $S = \langle M; R_1, R_2, \dots, R_k \rangle$, где M – основное множество, $R_1, R_2, \dots, R_k$ – заданные отношения, свойства которых описываются аксиомами. Ими было выявлено три основных типа математических структур: алгебраические, топологические и порядковые. Указанные выше типы математических структур образуют структурный каркас и не исчерпывают всю математику. Кроме указанных типов математических структур выделяют также проективные, метрические, комбинаторные, образно-геометрические, логические, алгоритмические, вероятностные и стохастические схемы.

При изучении алгебраических структур нами были выделены следующие типы учебных проектов, реализуемых в среде Wiki:

- информационно-поисковые;
- учебно-исследовательские;
- творческие;
- практико-ориентированные;
- методические.

К информационно-поисковому относится, например, проект на тему «Разработка базы данных основных алгебраических структур». База данных должна состоять из следующих разделов: наименование алгебраической структуры, обозначение, определение, критерий, примеры, свойства

и основные теоремы. Осуществляя самостоятельное исследование, направленное на анализ основных алгебраических структур, обучающиеся должны были ответить на следующие вопросы: «Являются ли приведенные в базе данных примеры колец полями?», «Существует ли в кольце (поле) нейтральный элемент относительно операции умножения?», «Какие теоремы, справедливые в поле, являются справедливыми и в кольце?», «Какая существует взаимосвязь между группами, кольцами и полями?», «Какие свойства колец не выполняются для групп?» и др.

Практико-ориентированный проект как разновидность учебного проекта предполагает решение практико-ориентированных заданий, отличается составом учебно-профессиональных действий студента по его выполнению, результатом которого будут приобретенные конкретные компетенции будущего учителя. В качестве примера такого проекта можно назвать проект, тематика которого связана с проникновением алгебраических методов в различные области естествознания: «Применение теории групп к изучению закономерностей симметрии». Выполнение данного проекта предусматривает решение цепочки междисциплинарных практико-ориентированных задач.

Для выполнения сетевого учебного проекта «Применение теории групп к изучению закономерностей симметрии» студенты разбиваются на группы, каждая из которых решает свою цепочку задач, представленных на сайте сетевого сообщества.

Среди методических студентами был выполнен проект «Страна треугольников» (рис.1).

Выделим следующие этапы работы с учебными сетевыми проектами при изучении студентами различных математических дисциплин:

1. Организационно-подготовительный: выбор темы учебного сетевого проекта, постановка его целей и задач, обсуждение возможных источников получения информации.

2. Содержательный: самостоятельная работа студентов в соответствии с поставленными задачами, обсуждение промежуточных результатов проекта с партнёрами по проекту.

3. Оценочный: защита учебного проекта, коллективное обсуждение, подведение итогов.

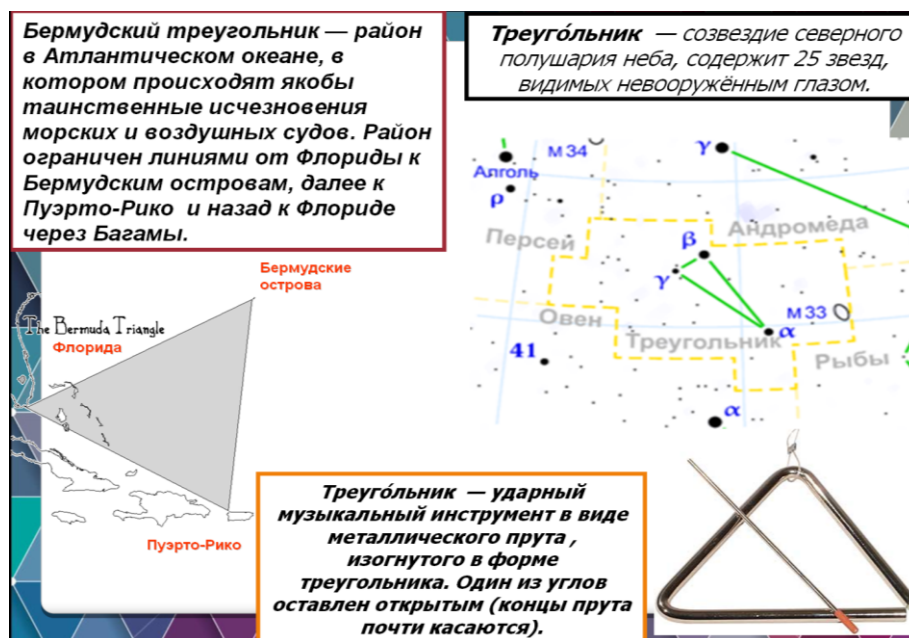


Рис. 1. Фрагмент презентации проекта «Страна треугольников», выполненного студентами вуза

В ходе выполнения учебных сетевых проектов при изучении математических структур будущие учителя приобретают опыт проектной деятельности в сетевых образовательных сообществах Интернета, направленной на воспитание у педагога самостоятельности, ответственности. При этом форма учебной деятельности изменяется: от академического типа, в рамках которой воспроизводятся традиционные процедуры получения и закрепления учебного материала, а основной единицей деятельности обучаемого является речевое действие, к учебно-профессиональной, которая включает в себя черты учебной и будущей профессиональной деятельности.

Осуществление учебной деятельности в сетевом образовательном сообществе, построенной на целенаправленном продуктивном и профессионально-ориентированном взаимодействии субъекта с дидактическими и коммуникативными возможностями сетевого сообщества

по освоению математических структур как фундирующих конструкторов школьных знаний способствует формированию и развитию у будущего учителя математики методической компетентности [2].

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №16-18-10304)

Список литературы

1. Кузнецова И.В. Сетевые сообщества в подготовке учителя математики: монография. – Архангельск: ИД САФУ, 2014. – 201 с.
2. Кузнецова И.В., Тихомиров А.С., Кытманов А.А., Тихомиров С.А., Трошина Т.Л. Формирование методической компетентности будущего учителя математики на основе фундирования опыта студентов в сетевом сообществе Кузнецова, // Ярославский педагогический вестник. – 2014. – № 3. – Том II (Психолого-педагогические науки). – С. 68–72.

ДИСЦИПЛИНЫ ПО ВЫБОРУ В ПОДГОТОВКЕ СТУДЕНТОВ ПЕДВУЗА К ДОПОЛНИТЕЛЬНОМУ МАТЕМАТИЧЕСКОМУ ОБРАЗОВАНИЮ ШКОЛЬНИКОВ

Л.П. Латышева

Пермь, ПГППУ

Аннотация: Обсуждены вопросы методического обеспечения вузовской педагогической подготовки студентов по профилю, связанному с дополнительным математическим образованием. Представлена возможность такой подготовки в рамках дисциплин по выбору, направленных на обеспечение квалифицированной деятельности будущего учителя математики в условиях дополнительного математического образования школьников. В качестве примеров реализации этой возможности приведены основные идеи учебных программ нескольких дисциплин по выбору указанного направления.

Ключевые слова: *профессиональный стандарт педагога; студент педагогического вуза; дополнительное математическое образование; математика; математический анализ; дисциплина по выбору.*

DISCIPLINES ON CHOICE FOR THE TRAINING STUDENTS OF PEDAGOGICAL UNIVERSITIES TO ADDITIONAL MATHEMATICAL EDUCATION OF SCHOOLCHILDREN

L.P. Latysheva

Perm, PSHPU

Abstract: Problems to the methodical support of pedagogical university training students in profile related to additional mathematical education were discussed. Is represented the

opportunity of such training in the framework of disciplines on choice, aimed at ensuring a qualified activities of future teacher of mathematics in terms of additional mathematical education of schoolchildren. As examples of the implementation of this the opportunity the main ideas of the curricula of several disciplines on choice of the specified direction.

Keywords: *the professional standard of the teacher; the student of pedagogical University; additional mathematical education; mathematics; the mathematical analysis; discipline on choice.*

Современное развитие системы школьного образования характеризуется повышением внимания к такой его составляющей, которую принято обозначать словосочетанием «дополнительное образование», что напрямую связано с необходимостью гарантировать качественно высокий уровень подготовки соответствующих педагогических кадров. Так, в Федеральном законе об образовании в Российской Федерации отмечается: «Содержание дополнительных профессиональных программ должно учитывать профессиональные стандарты, квалификационные требования, указанные в квалификационных справочниках по соответствующим должностям, профессиям и специальностям, или квалификационные требования к профессиональным знаниям и навыкам, необходимым для исполнения должностных обязанностей, которые устанавливаются в соответствии с федеральными законами и иными нормативными правовыми актами Российской Федерации о государственной службе» [2]. И, в частности, в Профессиональном стандарте педагога в список профессиональных компетенций, повышающих мотивацию к обучению и формирующих математическую культуру учащихся, включены следующие:

«Распознавать и поддерживать высокую мотивацию и развивать способности ученика к занятиям математикой, предоставлять ученику подходящие задания, вести кружки, факультативные и элективные курсы для желающих и эффективно работающих в них учащихся.

Предоставлять информацию о дополнительном образовании, возможности углубленного изучения математики в других образовательных учреждениях, в том числе с применением дистанционных образовательных технологий» [3, с. 36].

Одну из возможностей организации учебного процесса в педагогическом вузе, отвечающей названным требованиям, мы видим в постановке в рамках подготовки студентов направления «Педагогическое образование» специальных дисциплин по выбору, ориентированных на дополнительное математическое образование школьников.

Укажем два примера таких дисциплин с краткой характеристикой их учебных программ: «Математика в образах» и «Схемы математических рассуждений».

Цель дисциплины по выбору «Математика в образах»:

– познакомить с ролью наглядных и идеальных образов, представленных в научной, учебной, научно-популярной и художественной литературе, как средств повышения интереса к изучению школьных и вузовских математических дисциплин.

В результате освоения дисциплины выпускник должен

знать примеры наглядных и идеальных образов, способствующих формированию математических знаний как компонентов научного мировоззрения;

уметь свободно оперировать математической терминологией, иллюстрировать ее применение наглядными и идеальными образами;

приобрести навыки применения примеров наглядных и идеальных образов в условиях школьного или вузовского преподавании математических дисциплин.

Содержание дисциплины

Раздел 1. О математике в целом

Тема 1.1. Общий взгляд на математику

Тема 1.2. О некоторых современных взглядах на природу математики

Тема 1.3. Куда идет математика?

Раздел 2. Некоторые направления в становлении математики как науки

Тема 2.1. Развитие понятия о бесконечности

Тема 2.2. Развитие теоретико-множественных представлений

Раздел 3. Использование образов в теории бесконечных множеств

Тема 3.1. Основные понятия теории бесконечных множеств

Тема 3.2. Пример образного описания результатов теории бесконечных множеств

Тема 3.3. О сравнении друг с другом бесконечных множеств

Тема 3.4. Образы в теории несчетных множеств

Раздел 4. Некоторые теоретико-множественные сведения о функциях и линиях в образах

Тема 4.1. Образные описания и определения понятия функции

Тема 4.2. Примеры функций, множеств и линий в образном представлении

Тема 4.3. Наглядно-образное представление идей теории бесконечных множеств в топологии

Рекомендуемая литература

1. Виленкин Н.Я. В поисках бесконечности / Н.Я. Виленкин. – М.: Наука, 1983. – 160 с.
2. Виленкин Н.Я. Рассказы о множествах / Н.Я. Виленкин. – 3-е изд. – М.: МЦНМО, 2005. – 150 с.
3. Даан-Дальмедико А. Пути и лабиринты. Очерки по истории математики / А. Даан-Дальмедико, Ж.. Пейффер. Пер. с франц. – М.: Мир, 1986. – 432 с.
4. Клайн М. Математика. Утрата определенности / М. Клайн. – М.: Мир, 1984. – 434 с.
5. Колмогоров А.Н. Математика – наука и профессия / А.Н. Колмогоров. – М.: Едиториал УРСС, 2016. – 288 с.
6. Пухначев Ю.В. Математика без формул. Книга первая: Множества, отображения, последовательности, ряды, функции, дифференциальное и интегральное исчисление, функции многих переменных. № 123. Кн. 1 / Ю.В. Пухначев, Ю.П. Попов. – М.: URSS, 2017. – 240 с.
7. Рыбников К.А. Профессия – математик / К.А. Рыбников. – М.: Просвещение, 1989. – 96 с.
8. Современные основы школьного курса математики: Учеб. пособие для пед. ин-тов по мат. спец. / Н.Я. Виленкин, К.И. Дуничев, Л.А. Калужнин, А.А. Столяр. – М.: Просвещение, 1980. – 239 с.

В связи с этим приведем пример из пособия Н.Я. Виленкина «В поисках бесконечности», рекомендованный для включения в содержание этой дисциплины, который может быть предложен школьникам на занятиях дополнительного математического образования. Он позволит им овладеть пониманием одного из важнейших свойств бесконечных множеств на уровне наглядных, образных представлений. По сути, в нем речь идет об облеченном в увлекательную форму описании мощности множества, представляющего собой объединение счетного множества счетных множеств.

Краткая идея этого описания, опирающаяся на повествование Станислава Лема о приключениях героя романа «Туманность Андромеды» Йона Тихого, такова. Предполагалось, что в фантастической гостинице с бесконечным количеством номеров приезжие никогда не увидят табличку с надписью «Свободных номеров нет». Однако однажды путешественники, приехавшие

из всех галактик, которых бесконечно много, заняли все номера. Желая попасть в эту же гостиницу названного героя романа, которому по всем признакам некуда было поселиться, пришлось поселить в номер 1, прежнего жильца этого номера – в номер 2, а жильца номера 2 – в номер 3 и так далее. При этом все оказались поселенными в гостиницу. В итоге, ему пришлось оценить необыкновенные свойства гостиницы, и даже не удивиться, когда наутро его переселили в номер 1000000 (поскольку приехало 999999 новых постояльцев). И даже самые, казалось бы, невероятные ситуации, связанные с прибытием в гостиницу и отъездом из нее (в том числе бесконечного множества) постояльцев, в силу ее необыкновенных свойств чудесным образом смогли разрешиться, причем разными способами и в отдельных случаях даже так, чтобы никакие номера при этом не пустовали. Более того, когда было построено бесконечно много гостиниц с бесконечным множеством номеров, которые были полностью заполнены, а при чрезвычайных обстоятельствах возникла необходимость переселить всех жильцов этих гостиниц в одну, также нашлось решение проблемы. При этом самым лучшим был признан следующий способ: занумеровать в таблице строки – номерами гостиниц, столбцы – номерами комнат:

$$\begin{array}{ccccccc} (1,1) & (1,2) & (1,3) & \dots & (1,n) & \dots & \\ (2,1) & (2,2) & (2,3) & \dots & (2,n) & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ (m,1) & (m,2) & (m,3) & \dots & (m,n) & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \end{array}$$

а далее – расселять обитателей «по квадратам» (как известно, этот способ, по своей сути, соответствует идее доказательства одной из теорем действительного анализа).

Цель другой учебной дисциплины по выбору «Схемы математических рассуждений»:

– углубить представления об одном из действенных средств повышения эффективности процесса обучения и преподавания математики – активном использовании образующих иерархическую систему схем научных рассуждений.

В результате освоения дисциплины выпускник должен
знать структуру основных общенаучных, общематематических
и отдельных узко-предметных способов научных рассуждений;

уметь свободно оперировать специальной терминологией, приводить
обоснование и предъявлять описания способов математических рассуждений
в виде схем и моделей;

приобрести навыки использования схем разных иерархических уровней
в содержательных рассуждениях по математическому анализу.

Содержание дисциплины

Раздел 1. Способы математических рассуждений, их обоснование и описание

Тема 1.1. Структурные схемы математических рассуждений

Тема 1.2. Общая схема формулировки теоремы и две схемы доказательства теорем

Раздел 2. Общенаучные способы рассуждений

Тема 2.1. Схема контрпримера

Тема 2.2. Схема разбора случаев

Тема 2.3. Схема метода рассуждений «от противного»

Раздел 3. Общематематические способы рассуждений

Тема 3.1. Схема построения отрицания математического предложения

Тема 3.2. Схема необходимых и достаточных условий

Тема 3.3. Схема метода математической индукции

Раздел 4. Специфические для курса математического анализа схемы рассуждений

Тема 4.1. Язык « ε - δ » и схема метода « ε - близости» в математическом анализе

Тема 4.2. Схемы рассуждений практического характера в курсе математического анализа

Рекомендуемая литература

1. Действительный анализ в задачах / П.Л. Ульянов, А.Н. Бахвалов, М.И. Дьяченко, К.С. Казарян, П. Сифуэнтес. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 416 с.

2. Избранные вопросы методики преподавания математики в вузе: учебное пособие / Л.П. Латышева, Л.Г. Недре, А.Ю. Скорнякова, Е.Л. Черемных; Перм. гос. гуманитар.-пед. ун-т. – Пермь, 2013. – 210 с.

3. Общематематические схемы рассуждений в курсе математического анализа / Сост. Л.П. Латышева; Перм. гос. пед. ин-т. – Пермь, 1989. – 23 с.

4. Пехлецкий И.Д. Количественный анализ и структурные модели в процессе обучения: учебное пособие / И.Д. Пехлецкий. – Л.- Пермь: Изд.-во Лен. гос. пед. ин-та и Пермского гос. пед. ин-та, 1983. – 58 с.

5. Гельбаум Б. Контрпримеры в анализе / Б. Гельбаум, Д. Олмстед. – М.: Мир, 1967. – 251 с.

6. Шибинский В.М. Примеры и контрпримеры в курсе математического анализа: Учебное пособие / В.М. Шибинский. – М.: Высшая школа, 2007. – 543 с.

В качестве примера приведем фрагмент, с которым знакомятся студенты педагогического вуза в рамках изучения данной дисциплины по выбору, используя, в частности, учебное пособие [1].

Одним из видов так называемого косвенного доказательства является фундаментальный общенаучный способ рассуждений, строго обоснованный в формальной логике и получивший название «метод от противного». В основе наиболее распространенной его формы (приведением к противоречию) лежит применение закона математической логики: $A \wedge \bar{A}$ – тождественно ложно. А суть состоит в следующем. Выдвигается допущение о ложности предложения, совпадающего с доказываемой теоремой. Последовательные и логически правильные рассуждения на базе такого допущения приводят к противоречию, которое образуют какие-либо два противоположные по смыслу утверждения. Появление формального противоречия в рассуждениях делает их несостоятельными. Причиной этого в силу безупречности логических выводов в процессе рассуждений является именно первоначально сделанное допущение. Поэтому оно отвергается, и тем самым устанавливается истинность теоремы.

Если доказываемое утверждение можно сформулировать или перефразировать в терминах отношения следования, то схему рассуждений методом от противного можно представить следующим образом (рис. 1).

Так как формулировка представлена в указанном виде, допущение о «ложности» теоремы в данном случае означает отрицание импликации (что, вообще говоря, производится также в соответствии с одной из принятых в математике общих схем рассуждений). В этом состоит первый этап доказательства. Далее формальное отрицание ЗАКЛЮЧЕНИЯ раскрывается в «утвердительной» форме, т. е. реализуется упомянутая выше схема рассуждений. Последний этап в схеме: получение в качестве логического следствия УСЛОВИЯ теоремы и построенного отрицания ЗАКЛЮЧЕНИЯ двух предложений, образующих противоречие. В математике, как правило, они

являются логическими отрицаниями друг друга, реже – предложениями, взаимно исключающими друг друга. Возможны случаи, когда:

- а) это – любые два предложения, которые специально выводятся в процессе рассуждений при доказательстве конкретной теоремы;
- б) одним из них оказывается либо аксиома, либо известная теорема, либо УСЛОВИЕ (часть УСЛОВИЯ) доказываемой теоремы.



Рис. 1. Схема рассуждений методом от противного

В последнем случае на основе известных из курса математической логики законов ($P \Rightarrow Q \Leftrightarrow \bar{Q} \Rightarrow \bar{P}$ – закона контрапозиции или $P \wedge R \Rightarrow Q \Leftrightarrow P \wedge \bar{Q} \Rightarrow \bar{R}$ – закона расширенной контрапозиции) возникает возможность вместо исходной рассмотреть теорему, эквивалентную ей. Другими словами, если в ходе рассуждений противоречие возникает с тем, что в теореме дано, можно в принципе сформулировать теорему, обратную противоположной и доказать ее, не прибегая к методу от противного (в форме приведения к противоречию). Такой прием нередко используется в школьной практике (например, при доказательстве теоремы Ферма в учебнике «Алгебра и начала анализа» под редакцией А.Н. Колмогорова применяется контрапозитивная форма косвенного доказательства).

Овладение студентами педвуза данной дисциплиной по выбору послужит базой для углубления предметных знаний в рамках дополнительного математического образования школьников через ознакомление с подобными структурными схемами и установление межпредметных связей. Например, обучая учащихся доказательству теорем с помощью этого способа рассуждений, учитель может, подчеркнуть его общенаучную значимость и строгость реализации именно в курсе математики, познакомив школьников со следующим классическим примером. Галилей показал ошибочность одного из положений аристотелевской концепции движения о том, что скорость падения тела тем больше, чем больше его вес. Ход «нестрогих физических» рассуждений Галилея, по сути, полностью соответствует схеме доказательства методом от противного: если камень и птичье перо связать жесткой связью и пустить с высоты, то в соответствии с положением Аристотеля эта система должна падать со скоростью, средней между скоростью камня и птичьего пера. С другой стороны, так как вся система весит больше камня, то и скорость ее должна быть больше скорости камня. Учитель может привести и другие примеры нестрогих рассуждений по этой схеме, относящихся к «нематематическим» учебным дисциплинам, а также предложить полезное для учащихся задание, состоящее в выделении в доводах Галилея всех структурных элементов обсуждаемой схемы.

Таким образом, приведенные материалы свидетельствуют о реальной возможности с помощью внедрения в учебный процесс целенаправленно разработанных учебных дисциплин по выбору способствовать совершенствованию профессионально-предметной подготовки студентов педагогического вуза к будущей работе со школьниками в рамках дополнительного математического образования, нацеленной на углубление научных знаний учащихся и развитие интереса к изучению математики.

Список литературы

1. Избранные вопросы методики преподавания математики в вузе: учебное пособие [Текст] / Л.П. Латышева, Л.Г. Недре, А.Ю. Скорнякова, Е.Л. Черемных; Перм. гос. гуманит.-пед. ун-т. – Пермь, 2013. – 210 с.

2. Федеральный закон от 29.12.2012 N 273-ФЗ (ред. от 29.07.2017) «Об образовании в Российской Федерации». – Режим доступа: http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_140174/ (дата обращения: 04.12.2017).

3. Профессиональный стандарт педагога. – Режим доступа: http://минобрнауки.рф/documents/3071/file/1734/12.02.15Профстандарт_педагога_%28проект%29.pdf (дата обращения: 04.12.2017).

КУЛЬТУРОЛОГИЧЕСКАЯ НАПРАВЛЕННОСТЬ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В СИСТЕМЕ НЕПРЕРЫВНОГО ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ «ШКОЛА-ВУЗ»

М.Л. Лурье

Пермь, ПГГПУ

Аннотация: система непрерывного педагогического образования «школа-вуз» является достаточно новым явлением, требующим объединения инновационных процессов в школах и педагогических вузах. Математическое образование становится центральным звеном в формировании культурологической направленности обучения. Основой такой интеграции являются организация совместной деятельности, единое образовательное пространство, а также духовные ценности, цели и выдвигаемые задачи по подготовке педагогических кадров.

Ключевые слова: *система непрерывного педагогического образования «школа-вуз»; математическая подготовка; культурологическая направленность обучения.*

CULTURAL ORIENTATION OF TEACHING MATHEMATICS IN THE SYSTEM OF CONTINUOUS PEDAGOGICAL EDUCATION «SCHOOL-UNIVERSITY»

M.L. Lure

Perm, PSHPU

Abstract: the system of continuous pedagogical education "school-university" is quite a new phenomenon, requiring the unification of innovative processes in schools and pedagogical universities. Mathematical education is the central part in the formation of cultural orientation of learning. The basis of such integration are organization of joint activities, a single educational space, as well as spiritual values, goals and aims for the training of pedagogical stuff.

Key words: *system of continuous pedagogical education "school-university"; mathematical preparation; cultural orientation of training.*

Культура личности не складывается автоматически в процессе предметного обучения в школе или же в вузе. Она складывается как результат глубинного взаимопознания обучающимся и педагогом духовных ценностей, морально-нравственных оснований организации общественной жизни. Образованность обучающегося возникает, когда проникновенный диалог педагога и ученика принимается ими как акт постижения ценностей, обнаруживающихся в результате учебно-познавательной деятельности. Успех такого педагогического взаимодействия вовсе не гарантирован какими-либо технологиями — он является следствием контекстного движения мысли, дискурсивных практик, которыми владеет педагог, отступая на задний план в процессе самовыражения ученика.

Система непрерывного педагогического образования «школа-вуз» является относительно новым феноменом подготовки педагогических кадров, предполагающим не только углубленное изучение отдельных предметов в профильных классах, но и значимый культурный контекст всей образовательной деятельности. Только учитель — носитель культуры — способен придать образовательному процессу еще на довузовском уровне ту направленность, которая призвана взрастить педагога — лидера — наставника — кумира для молодежи. Система непрерывного образования в России концептуально-методологически была обоснована в восьмидесятих годах прошлого века Б.С. Гершунским[5] и получила свое развитие в трудах Л.И. Лурье [6].

Несомненно, математическое образование обладает исключительным интеллектуальным и творческим потенциалом развития личности. Оно формирует не только интеллектуальные возможности, но и создает предпосылки для духовного развития человека, познающего мир и самого себя. Особенно важным становится математического моделирование — важнейшее направление в формировании целостного, системного подхода в достижении прикладной направленности математики. Именно в системе «школа-вуз» проходит смена простейших приемов приложения математических знаний

в виде текстовых задач к пониманию всех этапов математического моделирования, приводящих к созданию разноуровневых моделей систем и процессов.

Развертывание системы непрерывного математического образования «школа-педагогический вуз» требует создания системы профильного обучения в старших классах, сочетающей в себе не только отдельные предметы, но и систему дополнительного образования и внеучебной деятельности. Важной является создание сети педагогически ориентированных профильных классов и развертывание вариативной системы дополнительного образования, как на базе школ, так и на базе педагогического вуза. Многие мероприятия внеучебной работы стоит проводить как в общеобразовательных учреждениях, так и в стенах педагогического университета. Так, на базе МБОУ «Лицей №1» г. Перми создан гуманитарно-математический класс с профилирующими предметами: математика, математика на английском языке, а также гуманитарные дисциплины, включающие в себя элементы педагогической подготовки. Взаимодействие математического факультета ПГГПУ и школ города предполагает развертывание целого комплекса внеучебных мероприятий. Тем самым формируется единое образовательное пространство, в котором артефактами математической культуры являются профессорско-преподавательский состав школ и вуза, а также материальные носители этой культуры в виде экспозиций, отражающих развитие математики в стране и мире. Значимую роль приобретают информационно-коммуникационные технологии, ориентированные на приобретение математической культуры. Важнейшей задачей применения этих технологий является понимание антропологической границы, разделяющей возможности человека и компьютера.

Особый смысл имеет учебно-исследовательская работа учащихся и студентов. Она не только развивает математические способности, но и в своей реализации несет педагогическую направленность. Ее следует осуществлять во временных научно-исследовательских коллективах,

соединяющих в себе учащихся, студентов, учителей школ и преподавателей вузов. Ее основная миссия – взаимообогащение каждого участника этой совместной деятельности творческими идеями. Учителя и преподаватели выступают не только как организаторы и контролеры, но и активные носители инновационного опыта. Более того, преподаватели имеют возможность стать реальными участниками учебного процесса в школах, обретая тем самым опыт живого общения с учениками, а учителя – ощутить научно-педагогическую деятельность в ее воплощении в рамках научных школ педагогического вуза. Учащиеся профильных классов педагогической направленности способны, взаимодействуя со студентами математического факультета ПГГПУ, столкнуться с проблемами методического обеспечения учебного процесса, познакомиться с дидактическими материалами для его поддержания и, более того, принять участие в их разработке.

Часть учебно-исследовательской работы, может быть, и не связана напрямую с проблемами образования, однако, базируясь на естественно-математической базе проводимых исследований, опосредованно способствует формированию мотивации к поступлению в педагогический вуз. МБОУ «Лицей №1» г. Перми развернул серию более двадцати конкурсов, которые дают дополнительные баллы при поступлении в вуз. Такая работа, организованная в рамках Пермского края и Приволжского федерального округа И.Ю. Черниковой, позволяет, в частности, расширить круг абитуриентов, поступающих на математический факультет ПГГПУ благодаря своей ориентированности на изучение математики и индивидуальной работе преподавателей, стимулирующих интерес к проблемам образования.

Важной составляющей преподавания математики в системе «школа-вуз» является понимание ее основ на иностранном языке. Английский язык – язык международного общения – приобретает особую значимость не только с точки зрения овладения языковыми навыками, он несет в себе математическую культуру других стран, знакомство с которой представляет несомненную ценность для учащихся, студентов и педагогического сообщества.

Несомненную ценность имеет знакомство с учебной и научно-методической литературой западноевропейских стран, которая стала доступна обучающимся и преподавателям. Так, в МБОУ «Лицей №1» разработан курс «Избранные главы школьного курса математики на английском языке», который предполагает изучение фрагментов программы уровня «A-Level» по учебникам MEI Structured mathematics [1], A-Level mathematics for Edexcel [4], London GCSE mathematics [2], Advanced Mathematics – A Pure Course [3]. Эти учебники удивительным образом актуализируют проблемы современной жизни, требующие применения математических знаний на практике, что отличает их от архаичных занимательных задач типа «перевозки в лодке старика, козы и капусты». Сами по себе идеи прикладной направленности в этих учебниках имеют всегда контекстную направленность и предполагают достижение преимущественности с преподаванием физики и других естественнонаучных дисциплин, а также экономики. Вместе с тем, уделяя внимание алгебре предикатов, авторы недостаточно сосредотачиваются на самих методах математического моделирования, чему надо уделять должное внимание в системе непрерывного образования «школа-вуз». Известные слова Л. Коперника «Природа говорит с нами на языке математики» требуют подтверждения универсальностью языка математики применительно к различным процессам и явлениям реального мира. Именно этому посвящен сборник интегративных учебно-исследовательских заданий «Математическое моделирование периодических колебаний» [7] для двуязычного преподавания естественно-математических дисциплин в рамках довузовской подготовки, где наряду с углублением математических знаний ставится цель продемонстрировать универсальность математики в решении прикладных задач. Кроме того, в разработке уделяется особое внимание разделению «машинных и немашинных» методов исследования, показывается, что качественные аналитические исследования позволяют выделить режимы в нелинейных колебательных системах гораздо более эффективные, чем методы подбора компьютерных решений.

Математическое моделирование выполняет следующие методологические функции:

1. Раскрывает механизмы приложения математики к различным видам деятельности и обобщенное понимание ее сути как таковой.

2. Способствует достижению преемственности математического образования на довузовском и вузовском уровнях, развивает навыки самостоятельной работы, требующей не только математической культуры мышления, но и широты понимания фундаментальных идей других дисциплин.

Ученик изначально находится во власти «навязываемых» ему математических идей. Он стремится найти не приемлемое решение задачи, а привести ее к применению именно этой формулы, именно такого метода. Идеи математического моделирования принципиально меняют возможности в решении многих математических и прикладных задач. В.М. Монахов, С.В. Васекин, О.А. Косино считают: «В математике задачи, ранее не решавшиеся «формульно-точно», сегодня исследуются «компьютерно», т.е. приближенно, затем на этой основе часто удается сделать строго математически доказанные выводы» [8]. Рассматривая математическое мышление как метапредметный результат обучения, Е.К. Хеннер рассматривает его обретение «в связке с формированием информационно-коммуникационной компетентности и информационной культуры» [9] как «важным личностным и метапредметным результатом школьного (и не только школьного) образования, а также его инструментом» [9].

Математика как «царица наук» вовсе не стремится к экспансии. Различные сферы жизнедеятельности, которые удастся описать приближенно математическими моделями, могут быть формально исследованы и беспристрастно отражать действительность. В той мере и полезна математика. В ряде случаев качественные свойства не поддаются количественным оценкам и пространственной формализации. «Ложная математизация», достигаемая «любой ценой», обедняет мир. Например, оценка качества образования количественными характеристиками, чаще всего,

искажает суть проблемы. Культура как раз нужна для того, чтобы выработать в человеке баланс чувственного и рационального понимания мира. Более того, один и тот же предмет исследования в разных ситуациях требует предельно точного описания или же эстетического восприятия. Все решает сам человек. Этим определяется его отношение и к самой математике: ее «обоожествление» сочетается иногда с незаслуженным пренебрежением.

Математическая культура исключительно важна для гуманитариев: иррациональное и трансцендентное, осознаваемые в математических образах, усиливают метафоричность мышления, вызывают духовный подъем, который обнаруживает красоту в многообразии свойств процессов и явлений. Признание гуманитариев, типа: «Я не знаю математику – я гуманитарий», означает, по сути, глубокий пробел в развитии личности, приводящий к ограниченности ее творческих способностей. Вот почему изучение математики и ее аксиологическое обоснование имеют исключительное значение в достижении профессионального самоопределения и выступают как объективная потребность в структуре довузовского образования.

Список литературы

1. Antony Eccles, Alan Graham, Roger Porkess MEI Structured mathematics. – Great Britain: Hodder&Stroughton. 2005. – 200 p.
2. Casson John, Clough Tony, Cole Gareth, Russell Sally. London GCSE mathematics. – Spain: Moondisk limited. 2000. – 634 p.
3. Perkins, M & Perkins, Advanced Mathematics – A Pure Course. – London: Collins Educational. 1991. – 580 p.
4. Peter Hind. A-Level mathematics for Edexcel. – Great Britain: Oxford university press. 2008. – 375 p.
5. Гершунский Б.С. Философия образования для 21 века: учебное пособие для самообразования [Текст] / Б.С. Гершунский . – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Пед. об-во России, 2002. – 512 с.
6. Лурье Л.И. Теория и практика подготовки специалистов-исследователей в системе непрерывного образования «школа-вуз» / Л.И. Лурье; Перм. гос. техн. ун-т. – Пермь, 2000. – 237 с.

7. Лурье М.Л. Математическое моделирование периодических колебаний. Интегративные учебно-исследовательские задания для двуязычного преподавания естественно-математических дисциплин для довузовской подготовки. – Пермь: МОУ «Лицей №1», 2009. – 66 с.

8. Монахов В.М., Васекин С.В., Косино О.А. Проектирование инновационной методической системы подготовки бакалавра математики // Педагогика. 2015. №1. С. 29 (22-32)

9. Хеннер Е.К. Вычислительное мышление. // Образование и наука. 2016. №2. С. 30 (18-30)

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СВОЙСТВ ФУНКЦИЙ ПРИ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЙ

И.В. Мусихина

Пермь, ПГГПУ

Аннотация: рассмотрены возможности использования свойств функций при решении комбинированных уравнений. Для решения уравнений, содержащих функции разного вида, чаще всего применяют графический способ решения. Применение области определения, ограниченности и монотонности функций позволяет облегчить решение сложных уравнений.

Ключевые слова: *корень уравнения; решение уравнения; область определения функции; ограниченность функции; монотонность функции.*

USING PROPERTIES OF FUNCTIONS FOR SOLVING EQUATIONS

I.V. Mousikhina

Perm, PSPU

Abstract: the possibilities of using properties of functions for solving combined equations. To solve equations containing functions of different types, the most commonly used graphical method of solution. The application of the domain of definition, boundedness, and monotonicity of functions makes it easier to solve complex equations.

Keywords: *root of the equation; solution of the equation; domain of the function definition; boundedness of the function; monotonicity of the function.*

Уравнения, которые не могут быть отнесены к какому-либо одному типу, называют комбинированными или смешанными. Их решение часто вызывает затруднение у учащихся, так как приходится применять комбинации различных приёмов, соблюдая переход к равносильным условиям, либо использовать различные свойства функций. Применение свойств функций может сделать решение уравнения более простым. Покажем это на конкретных примерах [3; 4].

Графический способ решения позволяет определить количество корней, а в некоторых случаях найти их точное значение.

Пример 1. Решите уравнение $2^x = 4 - 2x$.

Построим графики функций $y = 2^x$ и $y = 4 - 2x$ (рис. 1). Абсцисса точки пересечения графиков функций является корнем уравнения, т.е. $x = 1$. Так как линейная функция убывающая, а показательная – возрастающая, то существует не больше одной точки пересечения графиков, следовательно, других корней нет.

Ответ: 1.

Пусть дано уравнение. Если X – **область определения уравнения** является конечным

множеством, то для каждого числа из этого множества проверяем, является ли оно решением данного уравнения. Если множество X окажется пустым, то уравнение решений не имеет.

Пример 2. Решите уравнение $\sqrt{3-x} = \log_5(x-3)$.

Решение. Область определения этого уравнения состоит из всех x , одновременно удовлетворяющих условиям:

$$\begin{cases} 3-x \geq 0, \\ x-3 > 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3, \\ x > 3. \end{cases}$$

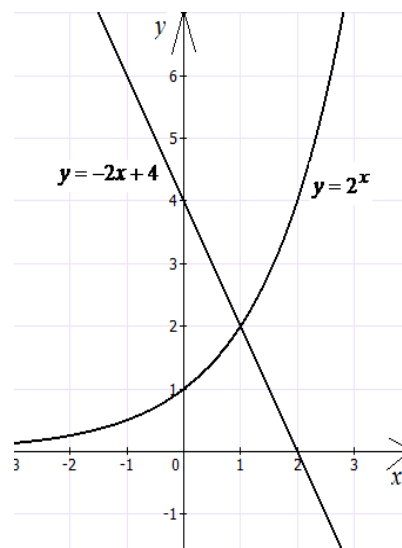


Рис. 1

Система не имеет решения, поэтому область определения уравнения представляет собой пустое множество, следовательно, уравнение не имеет корней.

Ответ: нет корней.

Пример 3. Решите уравнение $\arcsin^2(x-2) - x - \sqrt[4]{x-3} = 0$.

Решение. Найдем область определения данного уравнения:

$$\begin{cases} -1 \leq x-2 \leq 1, \\ x-3 \geq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 3, \\ x \geq 3; \end{cases} \Leftrightarrow x = 3.$$

Область определения содержит единственный элемент – число 3. Подставим его в левую часть уравнения: $\arcsin^2(3-2) - 3 - \sqrt[4]{3-3} = 0 - 0 = 0$ – получили верное равенство, следовательно, 3 – корень уравнения.

Ответ: 3.

Знание свойств монотонности и (или) ограниченности непрерывных функций позволяет решать уравнения разного вида [1; 2].

На основе свойств **монотонности и непрерывности функции** можно решать сложные уравнения методом подбора. Теоретическим обоснованием данного способа служат теоремы Больцано-Коши о нуле и промежуточных значениях непрерывной функции и следствия из них.

Теорема Больцано-Коши 1 (о нуле непрерывной функции). Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a; b]$ и принимает на его концах значения разных знаков, то на интервале $(a; b)$ имеется число c , такое что $f(c) = 0$ (т.е. на отрезке $[a; b]$ уравнение $f(x) = 0$ имеет хотя бы один корень).

Теорема Больцано-Коши 2 (о промежуточном значении непрерывной функции). Если функция $y = f(x)$ непрерывна на отрезке $[a; b]$, $A = f(a) \neq f(b) = B$ и число C заключено между числами A и B , то существует такая точка $c \in [a; b]$, что $f(c) = C$.

Следствие 1. Если функция $f(x)$ непрерывна и строго монотонна на некотором промежутке и число a принадлежит множеству значений функции $f(x)$ на данном промежутке, то уравнение $f(x) = a$ имеет единственный корень.

Пример 4. Решите уравнение $2^x + \sqrt{2x+3} - \frac{12}{x} = 7$.

Решение. В левой части уравнения функция, возрастающая на всей области определения $D(y) = [-1,5; 0) \cup (0; +\infty)$, так как каждая из входящих в нее функций $f(x) = 2^x$, $f(x) = \sqrt{2x+3}$ и $f(x) = -\frac{12}{x}$ возрастает на данной области. На множестве целых чисел методом подбора находим: $x = 3$. Так как функция строго монотонная, то корень уравнения единственный.

Ответ: 3.

Следствие 2. Если функция $y = f(x)$ непрерывна и строго возрастает на промежутке $[a; b]$, а функция $y = g(x)$ непрерывна и строго убывает на этом промежутке, и уравнение $f(x) = g(x)$ имеет на промежутке $[a; b]$ корень, то он единственный.

В этой ситуации корень можно попытаться найти подбором.

Пример 5. Решите уравнение $\log_3 x = \sqrt{13-x}$.

Решение. Функция $f(x) = \log_3 x$ – монотонно возрастает при $x > 0$, $f(x) = \sqrt{13-x}$ – монотонно убывает при $x \leq 13$. Так как на промежутке $(0; 13]$ функции, входящие в уравнение, имеют разную монотонность, то уравнение может иметь не более одного корня. На множестве целых (в данном случае натуральных) чисел методом подбора найдем $x = 9$. Других корней нет.

Ответ: 9.

При решении некоторых уравнений можно применять свойство **ограниченности функций**, входящих в его состав.

1) Если $F(x) = f_1(x) + \dots + f_n(x)$ и $f_i(x) \geq 0$ ($i = \overline{1; n}$), то уравнение $F(x) = 0$

равносильно системе уравнений:
$$\begin{cases} f_1(x) = 0, \\ \dots \\ f_n(x) = 0. \end{cases}$$

Пример 6. Решите уравнение $(x^2 - 7x + 12)^4 + |x^2 + 2x - 15| = 0$.

Решение. Так как $(x^2 - 7x + 12)^4 \geq 0$ и $|x^2 + 2x - 15| \geq 0$, то уравнение равносильно системе уравнений:

$$\begin{cases} (x^2 - 7x + 12)^4 = 0, \\ |x^2 + 2x - 15| = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 7x + 12 = 0, \\ x^2 + 2x - 15 = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3, & x = 4, \\ x = -5, & x = 3 \end{cases} \Rightarrow x = 3$$

Ответ: 3.

2) Если при любом допустимом x выполняются условия $f(x) \geq a, g(x) \geq b$ ($f(x) \leq a, g(x) \leq b$), то уравнение $f(x) + g(x) = a + b$, равносильно системе:

$$\begin{cases} f(x) = a, \\ g(x) = b. \end{cases}$$

3) При $a > 0$ и $b > 0$, то это правило справедливо и для уравнения $f(x) \cdot g(x) = a \cdot b$.

Пример 7. Решите уравнение $\log_2(x^2 - 2x + 9) \cdot \sqrt{x^2 - 2x + 5} = 5$.

Решение. Найдем множества значений каждого множителя в левой части.

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + 9 &= (x - 1)^2 + 8 \geq 8, \quad f(t) = \log_2 t \quad - \quad \text{возрастающая} \quad \Rightarrow \\ \log_2((x - 1)^2 + 8) &\geq 3, \quad x^2 - 2x + 5 = (x - 1)^2 + 4 \geq 4, \quad f(t) = \sqrt{t} \quad - \quad \text{возрастающая} \quad \Rightarrow \\ \sqrt{(x - 1)^2 + 4} &\geq 2. \end{aligned}$$

$$\text{Исходное уравнение равносильно системе } \begin{cases} \log_2((x - 1)^2 + 8) = 3, \\ \sqrt{(x - 1)^2 + 4} = 2, \end{cases} \Rightarrow x = 1.$$

Ответ: 1.

4) Пусть дано уравнение $f(x) = g(x)$. Если на множестве X одна из входящих в уравнение функций ограничена сверху некоторым числом, а другая функция ограничена снизу этим же числом, то применяют «метод мажорант» или «мини-макса».

Если $g(x) \leq A$ и $f(x) \geq A$ на множестве X , то уравнение $f(x) = g(x)$ равносильно на промежутке системе уравнений $\begin{cases} f(x) = A, \\ g(x) = A. \end{cases}$

Пример 8. Решите уравнение $\cos x = 1 + x^2$.

Решение. Так как $-1 \leq \cos x \leq 1$ и $x^2 + 1 \geq 1$, то уравнение равносильно следующей системе: $\begin{cases} x^2 + 1 = 1, \\ \cos x = 1. \end{cases}$ Из первого уравнения находим $x = 0$ и подставляем во второе уравнение ($\cos 0 = 1$ – верное равенство), следовательно, число 0 – корень уравнения.

Ответ: 0.

Оценка областей значения функций, входящих в состав уравнения, может помочь либо найти корни уравнения, либо опровергнуть утверждение об их существовании.

Пример 9. Решите уравнение $\sin^2 x = x^2 + 3$.

Решение. Так как $0 \leq \sin^2 x \leq 1$ и $x^2 + 3 \geq 3$, то функции, стоящие в левой и правой частях уравнения не имеют общих значений. Следовательно, уравнение не имеет корней.

Ответ: корней нет.

Для применения любого из описанных способов решения необходимо не только знать свойства элементарных функций, но и уметь находить область определения, множество значений функции на отрезке, выявлять монотонность сложных функций.

Если уравнение $f(x) = g(x)$ в результате тождественных преобразований невозможно свести к алгебраическому, то с помощью графического метода или свойств функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$ можно найти корни уравнения, их количество, определить между какими целыми числами находится корень уравнения, или доказать, что у уравнения корней нет.

Список литературы

1. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т.1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды. Учебник. – 3-е изд., перераб. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления (Том 1). – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.

3. Элементарная математика: Арифметика. Алгебра. Тригонометрия: учебное пособие / авт.-сост. В.П. Краснощекова; И.В. Мусихина; И.С. Цай; Перм. гос. гуманитар.-пед. ун-т. – Пермь, 2014.

4. Элементарная математика: Арифметика. Алгебра. Тригонометрия: задачник / авт.-сост. В.П. Краснощекова; И.В. Мусихина; И.С. Цай ; Перм. гос. гуманитар.-пед. ун-т. – Пермь, 2014.

РАЗВИТИЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ СТУДЕНТОВ ПСИХОЛОГИЧЕСКИХ ПРОФИЛЕЙ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

А.А. Соловьева

Ярославль, ЯГПУ

Аннотация: формирование у студентов потребности и готовности применять математические знания для решения задач профессиональной деятельности является одной из основных целей преподавания математических дисциплин в современном вузовском образовании. Эффективное средство достижения этой цели – применение разноуровневых профессионально ориентированных математических задач.

Ключевые слова: *профессионально направленное обучение; обучение математике; профессионально ориентированная задача; психологические профили подготовки; гуманитарные профили.*

DEVELOPMENT OF PSYCHOLOGY STUDENTS' PROFESSIONAL COMPETENCES IN THE COURSE OF MATHEMATICS

A.A. Solovyeva

Yaroslavl, YSPU

Abstract: formation of students' preparedness to apply Mathematics as a tool for solving professional tasks is among the training goals to be attained by Psychology students in the university course of Mathematics. The paper in hand describes an effective means targeted at reaching this goal and involving multi-level professionally-oriented mathematical tasks set in the process of teaching Mathematics.

Keywords: *profession-focused teaching; teaching of Mathematics; professionally-oriented task; Psychology specializations; the Humanities.*

В современных условиях вузовского образования одной из основных целей преподавания математических дисциплин, на наш взгляд, является формирование у студентов потребности и готовности применять знание математики при изучении специальных дисциплин профессионального цикла и в будущей профессиональной деятельности.

Предмет математика обладает богатым прикладным потенциалом, который способствует развитию способности междисциплинарного мышления; развитию рефлексии и интуиции в прогнозировании и принятии решения в профессиональной деятельности; и тем самым обеспечивает развитие профессиональных компетенций будущих специалистов в вопросах решения профессиональных задач с привлечением математических методов.

В курсе математической дисциплины одним из эффективных средств развития профессиональных компетенций видится применение профессионально ориентированных задач.

Под профессионально ориентированной задачей вслед за Скоробогатовой Н.В. мы понимаем некоторую абстрактную модель реальной проблемной ситуации прикладного характера в профессиональной сфере деятельности, сформулированную в вербальной, знаковой или образно-графической форме и решаемую математическими средствами [1].

Профессионально ориентированные задачи (ПОЗ) являются составляющей частью методической системы профессионально направленного обучения математике студентов гуманитарных специальностей [2].

Организация банка профессионально ориентированных задач имеет уровневый характер и обусловлен фундированием опыта личности студента в области формирования и развития умения применять математические знания при решении задач профессиональной области.

Профессионально ориентированные задачи 1-го уровня – это задачи с готовой математической моделью, описывающей реальную ситуацию профессионального характера.

Реализация первого этапа способствует формированию у студентов умения анализировать модель описываемого явления; воспроизводить технологический ход (по аналогии) решения заданий, связанных с оперированием математической моделью. Виды ПОЗ первого уровня: задачи иллюстративного и репродуктивного характера на этапах введения нового понятия.

Профессионально ориентированная задача 2 уровня – это задачи с содержанием реальной конкретной ситуации профессиональной области знания, для которой требуется построить математическую модель.

Пример 1. С помощью методики О. П. Елисеева «Потребность в общении» и методики «Оценка эмоционально-деятельностной адаптивности» проведено исследование зависимости между показателем потребности в общении и уровнем эмоционально-деятельностной адаптивности у группы иногородних студентов 2 курса, проживающих в университетском общежитии (табл.1). Оцените тесноту зависимости между указанными признаками.

Таблица 1

Совокупность собранных пар значений признаков X и Y на выборке студентов

X	18	30	29	17	18	31	28	29	12	11	19	18	17	17
Y	12	21	19	11	16	18	20	23	10	7	20	17	15	13

32	16	13	17	19	15	28	26	20	29	24
20	17	14	16	16	12	20	19	15	16	14

Решение. Обозначим признак $Y = \{\text{уровень эмоционально-деятельностной адаптивности, бал.}\}$ и признак $X = \{\text{показатель потребности в общении, бал.}\}$. Сделаем группировку данных. Найдем количество k интервалов (по формуле Стерджесса) и величины интервалов h_x, h_y для X и Y :

$$k = 1 + 3,322 \cdot \lg 25 \approx 6 \text{ (инт.)}, h_x = \frac{32-11}{6} = 3,5 \text{ (бал.)}, h_y = \frac{23-7}{6} \approx 2,67 \text{ (бал.)}.$$

Найдем частичные интервалы варьирования x_i-x_{i+1}, y_j-y_{j+1} , их середины x'_i, y'_j и составим корреляционную таблицу статистической зависимости между X и Y (табл. 2).

Таблица 2

Корреляционная таблица статистической зависимости между X и Y

$X \backslash Y$	$y_j - y_{j+1}$	7-9,67	9,67-12,34	12,34-15,01	15,01-17,68	17,68-20,35	20,35-23,02	
$x_i - x_{i+1}$	x'_i, y'_j	8,34	11,01	13,68	16,35	19,02	21,69	n_{x_i}
11-14,5	12,75	1	1	1	0	0	0	3
14,5-18	16,25	0	2	2	2	0	0	6
18-21,5	19,75	0	1	1	3	1	0	6
21,5-25	23,25	0	0	1	0	0	0	1
25-28,5	26,75	0	0	0	0	3	0	3
28,5-32	30,25	0	0	0	1	3	2	6
	n_{y_j}	1	4	5	6	7	2	25

Представим графически (рис. 1) корреляционное поле, по которому обнаруживается линейная форма статистической зависимости, поэтому для оценки ее тесноты вычислим парный линейный коэффициент корреляции Пирсона. Найдем выборочные средние признаков X и Y :

$$x^* = \frac{1}{25} (12,75 \cdot 3 + 16,25 \cdot 6 + 19,75 \cdot 6 + 23,25 \cdot 1 + 26,75 \cdot 3 + 30,25 \cdot 6) \approx 21,57 \text{ (бал.)},$$

$$\text{аналогично } y^* = 15,82 \text{ (бал.)}.$$

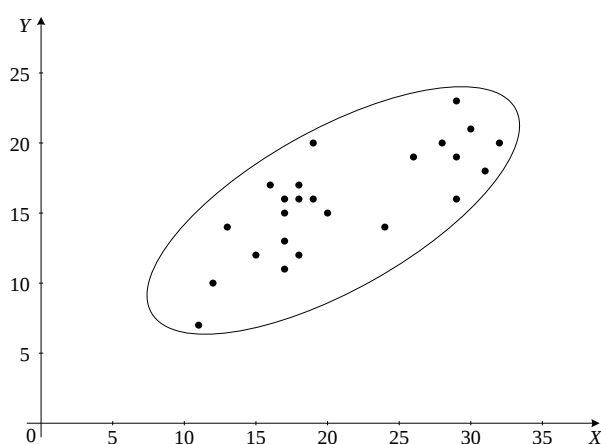


Рис. 1. Корреляционное поле статистической зависимости между показателями X и Y у группы иногородних студентов

Для вычисления среднего квадратического отклонения признака X найдем по расчетной таблице (табл. 3) выборочную дисперсию D_X :

$$D_X = \frac{958,44}{25} \approx 38,34 \text{ (бал.}^2\text{)}, \sigma_X = +\sqrt{D_X} = \sqrt{38,34} \approx 6,19 \text{ (бал.)}. \text{Аналогично для}$$

признака Y найдем среднее квадратическое отклонение, $\sigma_Y \approx 3,54$ (бал.).

Таблица 3

Расчетная таблица вычисления дисперсии признака X

$x_i - x_{i+1}$	x_i	n_i	$x_i - x^*$	$(x_i - x^*)^2$	$(x_i - x^*)^2 \cdot n_i$
11-14,5	12,75	3	-8,82	77,792	233,3772
14,5-18	16,25	6	-5,32	28,302	169,8144
18-21,5	19,75	6	-1,82	3,3124	19,8744
21,5-25	23,25	1	1,68	2,8224	2,8224
25-28,5	26,75	3	5,18	26,832	80,4972
28,5-32	30,25	6	8,68	75,342	452,0544
	Сумма:	25		Сумма:	958,44

Найдем выборочную ковариацию $K(X, Y)$ по корреляционной таблице (табл. 2): $K(X, Y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1, j=1}^{k, m} (x_i - x^*)(y_j - y^*)n_{ij} = \frac{435,48}{25} = 17,42$ (бал.·бал.).

Найдем выборочный коэффициент корреляции Пирсона:

$$r(X, Y) = \frac{K(X, Y)}{\sigma_X^* \cdot \sigma_Y^*} = \frac{17,42}{6,19 \cdot 3,54} = 0,79.$$

Интерпретация: по шкале Чеддока теснота статистической линейной зависимости является сильной, положительный знак указывает на прямое направление связи.

Результат исследования. Статистическая зависимость показателя потребности в общении и уровня эмоционально-деятельностной адаптивности у группы иногородних студентов 2 курса, проживающих в университетском общежитии, прямая сильная. Уровень эмоционально-деятельностной адаптивности тем выше, чем выше показатель потребности в общении в рассматриваемой выборке иногородних студентов.

Профессионально ориентированная задача 3-го уровня – это задачи, содержащие алгоритм для сбора данных на объекте гуманитарного знания

и обработки математическими методами. Наряду с умениями второго уровня реализация третьего этапа формирует у студентов умение подбирать аппарат (и обосновывать этот выбор) для построения математической модели; видеть разные решения задачи и выбирать из них наиболее подходящее к цели задачи и условиям собранных данных реальной ситуации; распространять опыт полученного решения для анализа других аналогичных реальных ситуаций.

Виды ПОЗ третьего уровня: лабораторные работы, проектные работы [3], экспериментальные исследования [4], реализуемые как в математической, так и в специальных дисциплинах. Для решения задач часто требуется применение информационных технологий, например, систем динамической геометрии GeoGebra, статистических пакетов Statistica, SPSS.

Пример 2. Выполните экспериментальное исследование «Оценка тесноты статистической зависимости между количественными признаками на одной выборке испытуемых». Исследование может быть разделено на 3 этапа.

1 этап. Подготовка и сбор данных экспериментального психологического или педагогического исследования.

1. Выбрать объект исследования и взять выборку испытуемых.
2. Сформулировать 2 признака, по которым планируется обследование выборки испытуемых.
3. Выбрать 2 процедуры проведения эксперимента (тест, анкета, проверочная работа или др.), обозначить единицы измерения признака.
4. Провести эксперимент в соответствии с выбранными процедурами, и собрать совокупность данных группы испытуемых по 2 исследуемым признакам.

2 этап. Обработка данных методом корреляционного анализа.

5. Сформулировать задачи исследования.
6. Сделать группировку данных, и составить корреляционную таблицу значений по 2 признакам выборки.

7. Построить корреляционное поле по данным исходной таблицы значений признаков X и Y .

8. Выбрать коэффициент корреляции, подходящий для условий собранных данных.

9. 1) В случае выбора коэффициента корреляции Пирсона найти выборочные средние, дисперсии, средние квадратические отклонения и ковариацию признаков.

2) В случае выбора корреляционного отношения найти выборочную среднюю результативного признака, групповые средние результативного признака, соответствующие интервалам факторного признака, межгрупповое и общее средние квадратические отклонения.

10. 1) Найти выборочный коэффициент корреляции Пирсона.

2) Найти корреляционное отношение.

3 этап. Интерпретация результатов обработки данных.

11. Дать интерпретацию полученному показателю коэффициента корреляции и сделать вывод о статистической зависимости признаков на выборке участников эксперимента.

При работе с банком профессионально ориентированных задач у преподавателя появляется возможность опираться на профессиональные устремления учащегося и «зону его ближайшего развития» в изучении как математических, так и профильных предметов, происходит ориентация содержания деятельности студента на профиль обучения и тем самым развитие составляющих компонентов профессиональных компетенций.

Список литературы

1. Скоробогатова Н.В. Наглядное моделирование профессионально-ориентированных задач в обучении математике студентов инженерных направлений технических вузов. Автореферат дис. ... канд.пед. наук. – Ярославль, 2006. – 23 с.

2. Соловьева А.А. Профессиональная направленность обучения математике студентов гуманитарных специальностей. Автореф. дис. ...канд.пед.наук. – Ярославль, 2006. – 23 с.

3. Соловьева А.А. Учебные исследовательские проекты в обучении математике студентов филологических факультетов // Модели современного образования в условиях интеграции педагогических и информационно-коммуникационных технологий. Материалы Международной науч. конф., посвящ. 80-летию члена-корр. РАО В.М.Монахова. – Коряжма, 2016. – С.178–181.

4. Соловьева А.А. Экспериментальные исследования в обучении математической статистике студентов психологических профилей подготовки // Современные тенденции естественно-математического образования: школа - вуз Материалы Международной научно-практической конференции: в 2 частях. Соликамский государственный педагогический институт (филиал) ФГБОУ ВО «ПГНИУ». – 2016. – С. 75–80.

ФОРМИРОВАНИЕ ЕДИНСТВА МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗНАНИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ НА ОСНОВЕ ТЕХНОЛОГИИ ФУНДИРОВАНИЯ

Д.В. Юрченко

Пермь, ПГГПУ

Аннотация: обоснована необходимость формирования единства математических знаний обучающихся для постижения адекватного смысла изучаемого материала, установления существенных связей между содержанием различных математических дисциплин. Описана возможность такого формирования на основе технологии фундирования. В качестве примера выстраивания единой образовательной линии приведено описание спирали фундирования математического понятия «Ряды».

Ключевые слова: *единство математических знаний; профессиональный стандарт педагога; спираль фундирования; обучение математическому анализу.*

THE FORMATION OF UNITY OF STUDENTS' MATHEMATICAL KNOWLEDGES BASED ON FUNDING TECHNOLOGY

D.V. Yurchenko

Perm, PSHPU

Abstract: for the formation of the unity of students' mathematical knowledge for comprehending the adequate meaning of the studying material and the establishing significant links between the content of various mathematical disciplines is grounded. The possibility of such a formation based on the technology of conditioning is described. The description of helix of the mathematical concept of "Series" is given as an example of aligning a single educational line.

Keywords: *the unity of mathematical knowledge; professional standard of the teacher; the helix; studying to mathematical analysis.*

В последние годы усиливается тенденция к модернизации современного российского образования, что невозможно представить без качественно подготовленных педагогических кадров. Согласно профессиональному стандарту педагога современный учитель, в частности, учитель математики, помимо общекультурных, общепрофессиональных должен обладать следующими профессиональными компетенциями:

- уметь решать задачи элементарной математики любой ступени обучения, олимпиадные задачи;

- владеть основными математическими компьютерными инструментами (визуализировать данные, зависимости, отношения, процессы, геометрические объекты; обрабатывать данные);

- иметь представление о широком спектре приложений математики и знать доступные учащимся математические элементы этих приложений;

- использовать информационные источники, периодику, следить за последними открытиями в области математики и знакомить с ними учащихся [3].

Следовательно, сегодняшний этап развития математического образования характеризуется взаимодействием отдельных отраслей изучаемого предмета, а также усилением межпредметных связей математики с естественными, социальными, гуманитарными науками. Как правило, учебная деятельность студентов, в виду сложности изучаемого в вузе материала, избирательна и обращена, в первую очередь, к дисциплинам, наиболее доступным для понимания, а также – к сдаче экзаменов. При таком прагматичном отношении каждая дисциплина воспринимается обучающимися как *обособленный* предмет учебного плана, что в дальнейшем может привести к стагнации развития математической культуры будущих учителей математики, а также к снижению динамики профессионального развития. Подобная дифференциация приводит

к освоению теоретических знаний студентами лишь на минимально необходимом для дальнейшей профессиональной деятельности уровне. Узкие практические умения и навыки, отсутствие понимания логических взаимосвязей содержания различных математических дисциплин, формальный подход к проблемам позволяют решать исключительно типовые задачи, строить модели только по известному алгоритму. Таким образом, важно продемонстрировать студенту устойчивую взаимосвязь различных областей математики в единой системе научного знания. Педагогическая задача преподавателя не просто дать знание, а показать студентам единство математики как науки, учитывая профессиональные потребности аудитории [2, с. 10 – 11].

Из сказанного выше ясно, что встает проблема выбора рациональной технологии обучения, реализация которой позволит решить задачу формирования единства математических знаний обучающихся.

К таковому относится технология фундирования, под которой понимают «априорное» выявление и дальнейшую актуализацию обобщений существенных связей не только в рассматриваемых процессах, явлениях и фактах в ходе познавательной деятельности, но и в становлении психических процессов и функций обучаемых в «зонах ближайшего развития» [1, с. 173].

Технология фундирования позволяет обеспечить позицию студента как субъекта обучения, а также конструировать учебную программу не по линейному принципу следования друг за другом отдельных содержательных блоков, без их последующего дублирования, а по спирали, т. е. на основе обобщения предыдущего материала и осмысления студентами полученного опыта деятельности на более высоком уровне. Кроме того, одним из ключевых принципов технологии фундирования является принцип профессиональной направленности, сочетающий взаимосвязь общего и профессионального образования, а также реализующий практическую ориентацию получаемых теоретических знаний.

Наиболее трудной для большинства студентов дисциплиной, в силу высокого уровня абстракции, является математический анализ. В связи с этим, формирование единства знаний внутри этой дисциплины, понимание обучающимися существенных связей между ее разделами является необходимым условием изучения материала на уровне осознания, а не на уровне воспроизведения.

В качестве примера выстраивания единой образовательной линии приведем описание спирали фундирования математического понятия «Ряды» (рис. 1).

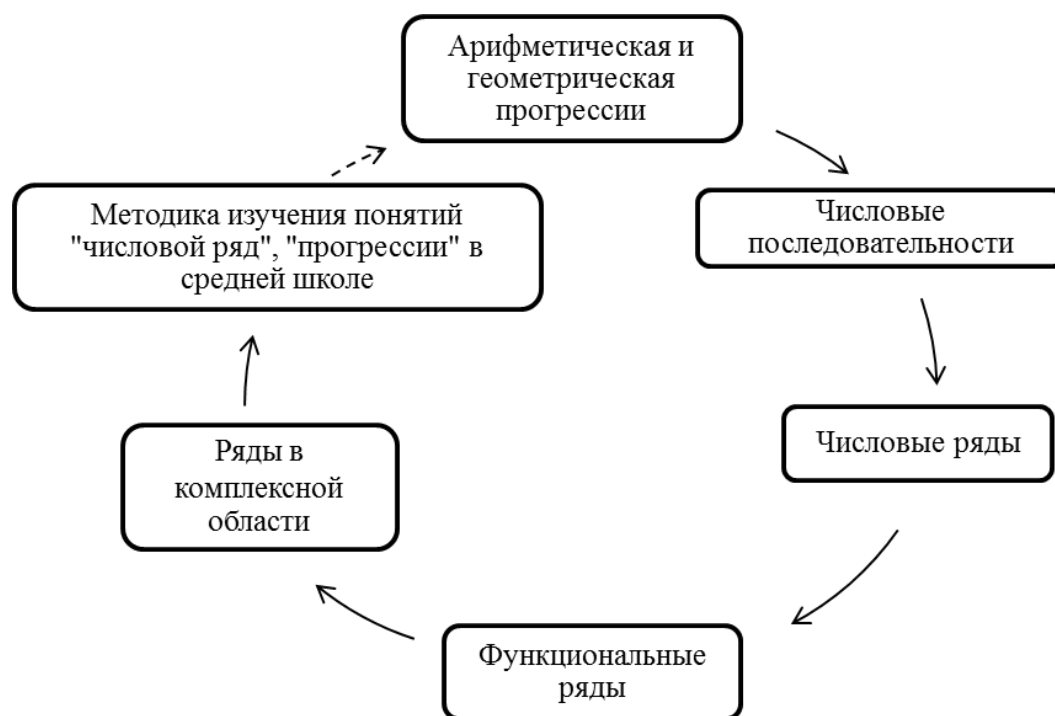


Рис. 1. Спираль фундирования математического понятия «Ряды»

Впервые понятие числовой последовательности вводится в школьном курсе математики, при изучении арифметической и геометрической прогрессий и определяется как числовая функция $y = f(x)$, заданная на множестве натуральных чисел N ; при этом арифметическая и геометрическая прогрессии рассматриваются как частный случай числовой последовательности. Дальнейшее обобщение данного понятия происходит в курсе высшей математики, где числовая последовательность определяется аналогично, но в отличие от содержания школьной программы, которое ограничивается лишь определением понятия числовой последовательности, в университете

формируется полное представление о нем, т.е. рассматриваются предел функции, предел последовательности, виды последовательности и т. д.

Следующий этап обобщения – введение понятия числового ряда. Числовой ряд определяется через последовательность, как выражение, полученное формальным соединением знаком «+» членов числовой последовательности. Здесь вводятся определения n -го члена ряда, n -ой частичной суммы ряда, предела последовательности частичных сумм ряда и т. д. На данном этапе обучения просматривается связь со школьным материалом, где при изучении прогрессий вводились понятия формулы n -го члена и суммы первых n членов, а также отдельно рассматривается сходимость ряда вида $b_1 + b_1 q + b_1 q^2 + \dots + b_1 q^{n-1} + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} b_1 q^{k-1}$, члены которого составляют геометрическую прогрессию.

Следующий этап развертывания спирали фундирования связан с переходом к изучению рядов в комплексной плоскости, где сначала вводится определение числового ряда.

Ряд вида: $z_1 + z_2 + z_3 + \dots + z_n + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} z_n$ называется числовым рядом (в комплексной плоскости), где z_n – комплексное число, т. е. $z_n = x_n + iy_n$, а ряд сходится, если существует предел последовательности частичных сумм ряда $S_k = \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^k (x_n + iy_n)$; тогда исследование сходимости ряда с комплексными членами сводится к исследованию сходимости рядов $\sum_{n=1}^k x_n$ и $\sum_{n=1}^k y_n$ с действительными членами.

Причем, при исследовании на сходимость рядов с комплексными членами применимы все известные признаки сходимости знакопостоянных рядов с действительными членами.

Далее рассматривается определение функционального ряда в комплексной плоскости, т. е. ряда, членами которого являются функции комплексного переменного $c_n(z)$, $n = 1, 2, \dots$, а также – сходимость функциональных рядов в комплексной области.

После чего переходят к изучению степенных рядов в комплексной плоскости, где под степенным рядом понимается функциональный ряд вида

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n (z - z_0)^n = c_0 + c_1 (z - z_0) + c_2 (z - z_0)^2 + \dots + c_n (z - z_0)^n + \dots \text{ или}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n = c_0 + c_1 z + c_2 z^2 + \dots + c_n z^n + \dots, \text{ где } z_0 \text{ и } c_n (n = 0, 1, 2, \dots) - \text{ постоянные}$$

комплексные числа.

Важно показать студентам, что многие определения, теоремы, свойства теории рядов в действительной области имеют аналоги в теории рядов в комплексной области. Например, теорема Абеля, которая дает представление об области сходимости степенного ряда на множестве R , аналогично формулируется на множестве C .

По окончании изучения теории рядов встает существенный вопрос о профессиональной необходимости изучения данной темы будущими учителями математики, т. е. о необходимости рассмотрения пройденного материала уже с точки зрения методики преподавания понятий «числовой ряд», «прогрессии» в средней школе. В соответствии с описанной выше стратегией обучения студенты, успешно освоившие вышеназванные разделы математического анализа и теории функций комплексного переменного, будут способны достигнуть более глубокого уровня понимания изученных понятий и их связи с темой «Прогрессии» в школьном курсе математики.

Таким образом, применение технологии фундирования позволяет формировать у студентов представления о взаимосвязи между различными математическими понятиями и объектами не только в рамках одной дисциплины, но и на протяжении всего периода профессионально-предметной подготовки.

Список литературы

1. Маскаева А.М., Смирнов Е.И., Сергеев С.В., Абатурова В.С. Спираль и кластеры фундирования в предметной подготовке и деятельности педагога [Текст] // Ярославский педагогический вестник. – 2012. – № 4.
2. Наглядное моделирование в обучении математике: теория и практика: Учебное пособие / Под. ред. Е.И. Смирнова. – Ярославль: ЯГПУ, 2007.

3. Профессиональный стандарт педагога. – Режим доступа: http://минобрнауки.рф/documents/3071/file/1734/12.02.15Профстандарт_педагога_%28проект%29.pdf. – Загл. с экрана. – Яз. рус. (дата обращения: 29.11.2017).

О СОВЕРШЕНСТВОВАНИИ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ ПОСРЕДСТВОМ ОБУЧЕНИЯ МЕТОДАМ СОСТАВЛЕНИЯ ЗАДАЧ

Г.Г. Хамов

Санкт-Петербург, РГПУ им. А.И. Герцена

Л.Н. Тимофеева

Санкт-Петербург, ВКА им. А.Ф. Можайского

Современные стандарты математического образования предусматривают подготовку студентом выпускной квалификационной работы, обязательно обладающей новизной и имеющей определенный процент оригинального текста. Это соответствует запросам нового рынка труда, где от молодых учителей ожидают быстрой адаптации к изменяющимся условиям сферы образовательных услуг, большей практической подготовленности, как следствия развития творческих и исследовательских способностей в процессе вузовского обучения. В связи с этим возникает необходимость совершенствования математической подготовки будущего учителя, одним из направлений которого может быть обучение студентов методам создания собственных конструкций математического содержания: примеров, задач, уравнений, систем уравнений и др. [1] – [3].

Приведем примеры такого рода арифметических задач, решаемых исследованием четности и нечетности входящих в формулы чисел.

Задача 1. Может ли число вида $2^x - 2017$, где x – натуральное число, быть квадратом натурального числа?

Решение. Составляем уравнение $2^x - 2017 = y^2$. (1)

Из вида уравнения ясно, что число y^2 , а следовательно, и y – нечетные.

Полагая $y = 2t + 1$, $t \geq 0$, получим

$$2^x - 4t(t + 1) = 2018. \quad (2)$$

При $x \geq 2$, левая часть уравнения (2) делится на 4, а правая не делится, и уравнение (1) в натуральных числах неразрешимо.

Для самостоятельного исследования может быть предложена более общая задача: может ли число вида $2^x - a$, где x – натуральное число, $a = 4k + 1$, $k \geq 0$, быть квадратом натурального числа?

Ответ: да, при $x = 1$, $a = 1$.

Задача 2. Решите в целых числах уравнение $3x^2 - 4y^2 = 2017$.

Решение. Из уравнения следует, что число x – нечетное. Полагая $x = 2t + 1$, получаем

$$3x^2 - 4y^2 = 2017 \Leftrightarrow 12t(t + 1) - 4y^2 = 2014.$$

Левая часть полученного уравнения делится на 4, а правая не делится, поэтому заданное уравнение в целых числах неразрешимо.

Для составления аналогичного вида неразрешимых в целых числах уравнений может быть использовано неразрешимое в целых числах уравнение общего вида:

$$(4k + 3)x^2 - 4y^2 = 4s + 1 \Leftrightarrow (4k + 3)4t(t + 1) - 4y^2 = 4(s - k) - 2, \quad x = 2t + 1.$$

Пример такого уравнения при $s = 504$, $k = 1$: $7x^2 - 4y^2 = 2017$.

Задача 3. Решите в целых числах уравнение $2x^2 - 13y^2 = 2017$. (3)

Решение. Из уравнения следует, что число y должно быть нечетным.

Положим $y = 2t + 1$, где t – целое число, тогда

$$2x^2 - 13y^2 = 2017 \Leftrightarrow x^2 - 26t(t + 1) = 1015,$$

откуда следует, что число $x = 2s + 1$ – нечетно.

Тогда $x^2 - 26t(t + 1) = 1015 \Leftrightarrow 4s(s + 1) - 26t(t + 1) = 1014$.

Целых решений последнее уравнение не имеет, так как левая часть делится на 4, а число 1014 не делится.

Заметим, что для решения и составления уравнений вида (3) используется также метод исследования возможных остатков от деления одного целого числа на другое. Так, в уравнении (3) можно перейти к сравнению по модулю 13, при этом получаем разрешимое в целых числах сравнение $x^2 \equiv 1 \pmod{13}$. Поэтому этим методом сделать вывод о неразрешимости уравнения (3) не представляется возможным.

Однако, если вместо числа 2017 взять другое число a , удовлетворяющее сравнению

$$a \equiv 1; 3; 4; 9; 10; 12 \pmod{13}, \quad (4)$$

то получим уравнение

$$2x^2 - 13y^2 = a, \quad (5)$$

неразрешимое в целых числах, так как при этом выборе числа a левая часть уравнения при делении на 13 может давать остатки 0; 2; 5; 6; 7; 8; 11.

На примере уравнения (3) мы видели, что неразрешимость уравнения (5) при некоторых значениях числа a , неудовлетворяющих сравнению (4), доказывается методом исследования четности и нечетности чисел и переменных, входящих в него, например, при $a = 41, 73$ и т.д. Кроме того, при составлении неразрешимого уравнения вида (5) в качестве коэффициента при y^2 может быть выбрано другое число и в качестве показателя степени переменной y – любое натуральное число.

Рассмотренные примеры предоставляют значительные возможности для составления новых задач с другими числовыми данными.

Список литературы

1. Хамов Г.Г., Тимофеева Л.Н. О методах составления некоторых типов задач и их использования как средства организации исследовательской деятельности студентов. //Наука и школа. Общероссийский научно-педагогический журнал: Изд-во Прометей МПГУ, №1, 2014. – С.48–51.

2. Хамов Г.Г., Тимофеева Л.Н. О формировании мотивационно-ценностного компонента математической подготовки будущего учителя // Ярославский педагогический вестник. Научный журнал. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ им. К.Д. Ушинского, 2015, №5. С. 108 - 112.

3. Хамов Г.Г., Тимофеева Л.Н. Методика конструирования арифметических задач при изучении теоретико-числовых тем // Ярославский педагогический вестник. Научный журнал. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ им. К.Д. Ушинского, 2016. №3. – С. 84–87.

ВОЗМОЖНОСТИ УРОКА МАТЕМАТИКИ В АСПЕКТЕ РЕАЛИЗАЦИИ ФГОС СОО В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Л.В. Занина

Оса, ГБПОУ «Осинский ППК»

В течение последних двух лет в системе среднего профессионального образования (СПО) происходят очередные преобразования. Так, в соответствии со ст. 68, п.3 ФЗ «Об образовании в РФ», «...получение среднего профессионального образования на базе основного общего образования осуществляется с одновременным получением среднего общего образования в пределах соответствующей образовательной программы среднего профессионального образования». [2] В связи с этим программы подготовки специалистов среднего звена (ППССЗ) и квалифицированных рабочих и служащих (ППКРС), реализуемые на базе основного общего образования, разрабатываются на основе требований ФГОС СОО и ФГОС СПО с учетом получаемой профессии или специальности.

Но начавшееся внедрение ФГОС СОО в систему СПО происходит еще до перехода на него всех общеобразовательных учреждений. Конечно, это накладывает определенные трудности на деятельность профессиональных образовательных организаций.

Стандарт СОО содержит личностный ориентир – «портрет выпускника» и определяет требования к результатам освоения основной образовательной программы (личностным, метапредметным и предметным). Очевидно, что

формирование общих компетенций в соответствии с ФГОС СПО может осуществляться при реализации ФГОС СОО, т.к. возможно соотнесение указанных выше требований с общими компетенциями (Таблица 1).

Таблица 1.

Сравнение компонентов ФГОС СОО и ФГОС СПО

Параметры сравнения	ФГОС СОО	ФГОС СПО
<i>Результаты освоения образовательной программы</i>	Личностные результаты освоения основной образовательной программы должны отражать: 3) готовность к служению Отечеству, его защите; 5) сформированность основ саморазвития и самовоспитания в соответствии с общечеловеческими ценностями и идеалами гражданского общества; готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; 11) принятие и реализацию ценностей здорового и безопасного образа жизни, потребности в физическом самосовершенствовании, занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью, неприятие вредных привычек: курения, употребления алкоголя, наркотиков; 12) бережное, ответственное и компетентное отношение к физическому и психологическому здоровью, как собственному, так и других людей, умение оказывать первую помощь; 13) осознанный выбор будущей профессии и возможностей реализации собственных жизненных планов; отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем; Метапредметные результаты освоения основной образовательной программы должны отражать:	Общие компетенции, включающие в себя способность: ОК 7. Исполнять воинскую обязанность, в том числе с применением полученных профессиональных знаний (для юношей). ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации. ОК 10. Осуществлять профилактику травматизма, обеспечивать охрану жизни и здоровья детей. ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес

	1) умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях; 2) умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; 3) владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания; 4) готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников; 5) умение использовать средства информационных и коммуникационных технологий (далее – ИКТ) в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности; 7) умение самостоятельно оценивать и принимать решения, определяющие стратегию поведения, с учётом гражданских и нравственных ценностей	ОК 7. Ставить цели, мотивировать деятельность обучающихся, организовывать и контролировать их работу с принятием на себя ответственности за качество образовательного процесса ОК 6. Работать в коллективе и команде, взаимодействовать с руководством, коллегами и социальными партнерами ОК 2. Организовывать собственную деятельность, определять методы решения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество ОК 4. Осуществлять поиск, анализ и оценку информации, необходимой для постановки и решения профессиональных задач, профессионального и личностного развития. ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности. ОК 3. Оценивать риски и принимать решения в нестандартных ситуациях
--	--	--

Разумеется, как следствие, меняется структура и содержание урока в рамках реализации ФГОС СОО. Главная функция преподавателя в новой системе образования – управление процессом обучения, а студента – активные действия.

Конечно, технологический процесс подготовки урока базируется на тех же основных этапах. Но теперь преподаватель должен критически относиться к подбору форм, методов работы, содержания, способов организации деятельности студентов и т.д., ведь урок должен быть направлен на получение новых результатов (личностных, метапредметных и предметных).

ГБПОУ «Осинский профессионально-педагогический колледж» с 2016 года реализует ППССЗ и ППКРС с учетом вышесказанных изменений. В учебные планы ППССЗ, в том числе, по педагогическим специальностям в общеобразовательный цикл включена общеобразовательная учебная дисциплина «Математика». Остановимся более подробно на рассмотрении возможности реализации требований ФГОС СОО в рамках данной учебной дисциплины для специальности 44.02.02 Преподавание в начальных классах.

В соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Математика» общеобразовательного цикла в раздел «Корни. Степени. Логарифмы» включена тема «Что такое логарифмы и зачем они нужны». Ниже представлены выдержки из технологической карты данного урока (урока открытия нового знания), указывающие на особенности реализации ППССЗ в рамках получаемого среднего общего образования в колледже.

Таблица 2.

Технологическая карта урока (выдержки)

Цель учебного занятия	<i>Дидактический компонент:</i> формирование представления о логарифме и его свойствах. <i>Развивающий компонент:</i> развитие исследовательских и рефлексивных умений, памяти, внимания. <i>Воспитательный компонент:</i> создание условий для воспитания интереса к математике, самостоятельности в выполнении заданий, способности к сотрудничеству и взаимопомощи.
Методы, приёмы	Словесные (объяснение, проблемный диалог, работа с учебной литературой) Наглядные (иллюстрация, демонстрация мультимедийной презентации) Практические (упражнение, практическая работа) Здоровьесберегающие (смена видов деятельности, форм работы, создание атмосферы эмоционального комфорта) Методы ТРКМЧП (чтение и маркировка текста, незаконченное предложение) Проблемно-поисковые методы (создание проблемной ситуации, мозговой штурм) Интерактивные методы (работа в малых группах; «один-два-вместе») Рефлексивные методы (рефлексивные вопросы, самооценка)

Планируемые результаты		
Предметные	Студенты имеют представление о логарифме и его свойствах, находят значение выражений, содержащих логарифмы	
Метапредметные	Студенты проводят аналогии между изучаемым материалом и собственным опытом; определяют задачи урока и пути их достижения; контролируют и оценивают свои действия; продуктивно общаются и взаимодействуют в процессе совместной деятельности; владеют навыками решения проблем; способны критически оценивать информацию, получаемую из различных источников	
Личностные	Студенты проявляют интерес к изучению темы, осознают ответственность при выполнении учебного задания в рамках групповой деятельности	
Общие компетенции (ОК), формируемые в процессе учебного занятия	ОК 2. Организовывать собственную деятельность, определять методы решения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество. ОК 4. Осуществлять поиск, анализ и оценку информации, необходимой для постановки и решения профессиональных задач, профессионального и личностного развития. ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии для совершенствования профессиональной деятельности. ОК 6. Работать в коллективе и команде, взаимодействовать с руководством, коллегами и социальными партнерами. ОК 7. Ставить цели, мотивировать деятельность обучающихся, организовывать и контролировать их работу с принятием на себя ответственности за качество образовательного процесса.	
Этап	Деятельность преподавателя	Деятельность студентов
1 этап: вводный (мотивационно-побудительный)	Приветствует студентов, эмоционально настраивает на деятельность. Предлагает объяснить смысл эпиграфа урока, создать осеннюю композицию.	Приветствуют преподавателя, вступают в диалог
2 этап – основной (организационно-деятельностный)	Создает проблемную ситуацию Предлагает самостоятельно изучить информационные листы и вернуться к нерешенному уравнению. Предлагает заполнить пропуски в рабочем листе (дать определение логарифма). Предлагает упростить логарифмическое выражение. Предлагает изучить свойства логарифмов.	Решают в группах простейшие показательные уравнения и приходят к тому, что не могут решить показательное уравнение $2^x=3$. Обозначают проблему, тему (выполняют декодирование), цель и задачи урока. Составляют план деятельности (в соответствии с поставленными задачами). Изучают информационные листы, решают показательное уравнение. Заполняют рабочие листы. Сверяют свою работу с работой других участников группы, с эталоном. Определяют затруднение – невозможно выполнить задание, пользуясь только определением логарифма. Изучают свойства логарифмов, записывают их в рабочие листы, соотносят решенные на доске задания со своими решениями.

	Предлагает выполнить самостоятельную индивидуальную работу	Решают самостоятельную работу.
3 этап – заключительный (рефлексивно-оценочный)	Формулирует домашнее задание (возвращаются к задачам урока и выясняют, что задача 3 не решена). Рефлексия.	Записывают домашнее задание Заканчивают сформулированные преподавателем предложения (эмоциональная рефлексия). Представляют осенние композиции (интеллектуальная рефлексия).

Список литературы

1. О направлении доработанных рекомендаций по организации получения среднего общего образования в пределах освоения образовательных программ среднего профессионального образования на базе основного общего образования: письмо Департамента государственной политики в сфере подготовки рабочих кадров и ДПО Минобрнауки России от 17.03.2015 № 06-259. – Режим доступа: http://fgosvo.ru/uploadfiles/methodSPO/Pismo_170315_06_259.pdf
2. Об образовании в Российской Федерации: федеральный закон от 29.12.2012 № 273-ФЗ. – Режим доступа: http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_165854/
3. Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования: приказ Минобрнауки РФ от 17.05.2012г. № 413. – Режим доступа: <http://base.garant.ru/70188902/#friends>
4. Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 44.02.02 Преподавание в начальных классах : приказ Минобрнауки РФ от 27.10.2014г. № 1351. – Режим доступа: http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_165854/

ОБ АДАПТАЦИОННОМ КУРСЕ ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПЕРВОКУРСНИКОВ

Т.В. Зыкова, Е.С. Белько

Красноярск, СФУ

С.А. Тихомиров

Ярославль, ЯГПУ им. К.Д. Ушинского

В начале обучения в вузе большинство первокурсников испытывает ряд трудностей, связанных, в первую очередь, с различиями в образовательных

системах школы и вуза. В течение первого семестра происходит процесс адаптации к новой образовательной среде, однако студенты не в равной мере преодолевают эти трудности, осуществляя переход к новым формам обучения, при которых доля самостоятельной работы над материалом значительно выше, чем в школе.

На протяжении нескольких лет изучения математики студентами института космических и информационных технологий Сибирского федерального университета (ИКИТ СФУ) приходится признавать, что не все из них могут успешно освоить данную дисциплину. Практика преподавания дисциплины показала, что основными причинами, не позволяющими первокурсникам эффективно осваивать курс, являются: низкий уровень математической подготовки по программе средней школы; отсутствие навыка работы с учебной литературой и конспектирования, проблемы с организацией своей самостоятельной работы и ее планированием; недостаточность необходимых умений и познавательной самостоятельности в преодолении возникающих учебных трудностей в вузе; значительное увеличение по сравнению с обучением в школе объема изучаемой информации в вузе на фоне постоянного снижения доли аудиторных часов; различия в формах, методах и самой организации учебного процесса в средней и высшей школе; высокая степень абстрактности большинства математических понятий [1].

Учебная программа в вузе не рассчитана на студентов с низким уровнем математической подготовки. Преподаватель читает лекции и проводит аудиторные практические занятия по математике для всего потока согласно принятой программе и не может ориентироваться на слабых студентов в силу ограниченности часов, отведенных на изучение дисциплины. В СФУ на протяжении последних четырех лет для студентов-первокурсников организуют так называемый адаптационный курс по математике – интегративный курс, ключевыми целями которого являются апробация и совершенствование технологий обучения математике с синергетическим эффектом на основе диалога культур и адаптации современных достижений в науке. Он нацелен на повышение математической культуры первокурсников

до уровня, достаточного для содержательного освоения математических дисциплин в вузе; выработку у первокурсников системы приемов в оперировании фундаментальными понятиями математики; развитие мышления, в частности, эвристического (творческого) и алгоритмического (исполнительного), а также абстрактного, прежде всего, логического.

В начале обучения первокурсники Института космических и информационных технологий СФУ проходят входное тестирование по школьному курсу математики, в рамках которого определяются их базовые знания. Используются тесты, разработанные Научно-исследовательским институтом мониторинга качества образования (Йошкар-Ола). Студенты, находясь в компьютерном классе, с помощью индивидуальных логинов и паролей заходят на Единый портал интернет-тестирования в сфере образования (<http://iexam.ru>), где проходят тест.

Анализ полученных результатов входного тестирования для первокурсников ИКИТ и опыт преподавания математических дисциплин в вузе позволяют произвести отбор содержания адаптационного курса по математике. Поэтому этот курс ориентирован на те знания, умения и навыки, которые необходимы выпускникам школ для успешного освоения не только курса высшей математики, но и других дисциплин вуза. По завершению изучения курса проходит итоговое тестирование. Проанализировав полученные в ходе него результаты, отметим, что в большинстве случаев студенты улучшают свои показатели [2].

По мнению студентов, высказанному ими при анонимном анкетировании, проведенном после экзаменационной сессии, адаптационный курс по математике является эффективным средством повышения уровня математической подготовки первокурсников (89 %). Большая часть студентов ИКИТ СФУ (75 %) высказалась за проведение адаптационного курса по математике и в будущем.

В заключение отметим, что качество математической подготовки зависит от решения проблем преемственности изучения математики в образовательной

системе «школа – вуз». Полагаем, что реформы школьного математического образования на основе разработки и внедрения технологий обучения математике с синергетическим эффектом на основе диалога культур и адаптации современных достижений в науке, несомненно, принесут свои плоды и позволят устранить проблемы и недостатки базовой школьной подготовки.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда
(проект № 16–18–10304)

Список литературы

1. Земцова Е. М. Адаптация студентов младших курсов к вузу как основа будущей конкурентоспособности специалиста // Вестник ЮУрГУ. – 2012. – № 26. – С. 146–148.
2. Белько Е.С., Зыкова Т.В., Кытманов А.А., Тихомиров С.А. Технология обучения математике с синергетическим эффектом в процессе освоения адаптационных курсов в вузе // Ярославский педагогический вестник. – 2017. – № 4. – С. 118–121.

О НЕОБХОДИМОСТИ ВВЕДЕНИЯ ОСНОВ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ДИЗАЙНА И ИНФОГРАФИКИ КАК ОБЯЗАТЕЛЬНОГО УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА В ПЕДАГОГИЧЕСКОМ ВУЗЕ

К.А. Пермякова

Пермь, ПГГПУ

Одним из наиболее важных источников получения информации человеком является зрение. То, каким мы видим этот мир и отдельные его детали, влияет на их восприятие и оценку. Следовательно, игнорировать визуальную составляющую любого информационного посыла является нецелесообразным и неэффективным.

Особенно актуален вопрос визуализации информации в сфере образования, что связано с личностными особенностями восприятия определенных категорий обучающихся. По ряду исследований выявлено, что

подавляющее большинство (до 80%) школьников являются визуалами [1, с. 299]. Поэтому учителю не следует пренебрегать качеством того материала, который учащиеся воспринимают через зрительный канал.

Другим важным аспектом визуализации информации в сфере образования является эстетическое воспитание. Как и многие иные составляющие воспитательного процесса (например, патриотическое воспитание, формирование культуры общения, нравственных качеств), ощущение гармонии и чувство прекрасного должны непрерывно формироваться у учащихся на протяжении всего обучения.

Одним из наиболее простых и универсальных средств визуализации изучаемой информации является ее презентация. Умение работать с данным средством прививается в школе при изучении различных предметов. Однако формированию этого умения у учеников в общеобразовательных учреждениях не всегда уделяется достаточное внимание, и, как следствие, абитуриенты приходят на 1 курс вуза с различным уровнем навыков использования презентации.

В связи со сказанным выше на математическом факультете Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета был проведен опрос среди студентов 1–5 курсов ($N = 41$), целью которого стало выявление отношения обучающихся к презентации как средству, сопровождающему устное выступление. По итогам опроса были получены следующие результаты:

1) большинство опрошенных (60%) понимают необходимость сопровождения каждого устного выступления визуальным рядом, но при этом всего треть (34%) готовы визуализировать свои мысли при ответе экспромтом;

2) на создание презентации студенты тратят от 10 минут до 4 часов, в среднем – 60-90 минут;

3) качество материалов, используемых для создания презентаций, является для студентов важным критерием, но на разработку собственных или отказ от применения недостаточно качественных материалов готовы лишь 44% опрошенных; предпочтение отдается больше статическим изображениям (75%),

чем анимированным (13%) и видеоматериалам (11%), пренебрегая педагогическим потенциалом последних;

4) при оформлении презентаций опрошенные стараются следить за соблюдением эргономических требований (цветовое оформление, распределение информации по слайдам, оправданное использование анимации);

5) возможность изучить курс по созданию визуальных средств представляется большинству (59%) полезным и важным.

Анализируя полученные данные, мы можем наблюдать стремление будущих педагогов к овладению культурой использования визуальных средств. Как один из важных факторов формирования личности будущего педагога, привитие ему базовой эстетической культуры и грамотного отношения к разработке учебных материалов требует внимания со стороны содержания образовательной программы. В совокупности с потребностями современной школы, это представляет собой важную проблему педагогического образования. При этом возникают следующие противоречия:

- в процессе обучения в педагогическом вузе у студентов возникает потребность в изучении основ визуализации информации, которая остается неудовлетворенной;
- при наличии потребности в эстетически развитых педагогах, в курсе их подготовки отсутствуют предметы, дающие представления о гармонии изображения и эргономике.

Исходя из этого, существует необходимость в специальном обучении студентов педагогического вуза, направленном на развитие информационно-эстетической грамотности студентов, педагогическому дизайну, основам эргономики и инфографики. Каждый из этих предметов может быть по-своему полезен обучающимся в их учебной и будущей профессиональной деятельности:

- **педагогический дизайн** – организация работы над визуально-графическим продуктом: исследование потребности в продукте, этапы

его создания, особенности составления контрольно-измерительных материалов, проведение педагогического эксперимента[3, с. 66];

- **эргономика** – правила оформления визуально-графического продукта с учетом психофизиологических особенностей восприятия человека;

- **инфографика** – способы преобразования текстовой информации в визуальную на основе создания зрительного образа как универсальной мыслительной категории [2, с. 93]

Таким образом, введение предмета, совмещающего в себе содержательные компоненты каждой из выше перечисленных дисциплин, будет способствовать обеспечению надлежащей базовой подготовки студентов-педагогов к будущей профессиональной деятельности с точки зрения информационно-эстетической грамотности.

Список литературы

1. Далингер В.А. Обучение математике на основе когнитивно-визуального подхода / А.В. Далингер // Вестник БГУ. – Уфа : Изд-во БГУ, 2011. – №1. – С.299–305.
2. Кондратенко О.А. Инфографика в школе и вузе: на пути к развитию визуального мышления / О.А. Кондратенко // Научный диалог. – Екатеринбург : Центр научных и образовательных проектов, 2013. – №9 (21). – С.92–99.
3. Курносова С.А. Принципы подготовки студентов вуза к проектированию педагогического дизайна / С.А. Курносова // Вестник ЧГПУ. – Челябинск : Изд-во ЧГПУ, 2009. – №11-1. – С.66–75.

РАЗДЕЛ 3. ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ ШКОЛЬНИКОВ

ФОРМИРОВАНИЕ РЕГУЛЯТИВНЫХ И ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ В 7 КЛАССЕ ПО ТЕМЕ «СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ»

Н.В. Анганзорова

Норильск, МБОУ «СШ №39»

М.А. Казакова

Красноярск, МАОУ «Гимназия №11»,

КГПУ им. В. П. Астафьева

Аннотация: данная статья посвящена исследованию проблемы по формированию регулятивных и познавательных универсальных учебных действий на уроках математики в 7 классах.

Ключевые слова: *регулятивные и познавательные универсальные учебные действия.*

THE FORMATION OF REGULATIVE AND COGNITIVE UNIVERSAL EDUCATION ACTIVITIES IN THE 7TH CLASS ON THE TOPIC «SYSTEMS OF LINEAR EQUATIONS WITH TWO VARIABLES»

N.V. Anganzorova, M.A. Kazakova

Norilsk, School №39,

Krasnoyarsk, Gymnasium №11,

Krasnoyarsk, KSPU named after V.P. Astafjeva

Abstract: this is article deals with the problem of the formation of the regulatory and cognitive universal educational activities at mathematics lessons in grade.

Keywords: *cognitive and regulatory universal educational actions.*

Развитие личности в системе образования обеспечивается, прежде всего, через формирование универсальных учебных действий (УУД), которые являются инвариантной основой образовательного и воспитательного процесса.

Овладение учащимися УУД создаёт возможность самостоятельного успешного усвоения новых знаний, умений и компетентностей, включая организацию этого усвоения, т. е. умения учиться.

В последние 5–7 лет появилось большое количество публикаций, посвященных формированию УУД в процессе обучения. В этих работах, как правило, рассматриваются суть УУД, но конкретные задания, способствующие их формированию, не представлены.

В Федеральном государственном образовательном стандарте (ФГОС) выделены четыре вида УУД – регулятивные, познавательные, личностные и коммуникативные. Рассмотрим первые два вида УУД: регулятивные и познавательные.

В регулятивные входят действия, обеспечивающие организацию учебной деятельности:

- целеполагание как постановка учебной задачи на основе соотнесения того, что уже известно и усвоено учащимся, и того, что ещё не известно;
- планирование – определение последовательности промежуточных целей с учётом конечного результата;
- составление плана и последовательности действий;
- прогнозирование – предвосхищение результата, его временных характеристик;
- контроль в форме сравнения способа действия и его результата с заданным эталоном с целью обнаружения отклонений и отличий от эталона;
- коррекция – внесение необходимых дополнений и изменений в план и способ действия в случае расхождения эталона с реальным действием и его продуктом;
- оценка – выделение и осознание учащимся того, что уже усвоено и что ещё подлежит усвоению, осознание качества и уровня усвоения;
- элементы волевой саморегуляции как способности к мобилизации сил и энергии, волевому усилию, выбору в ситуации мотивационного конфликта, к преодолению препятствий.

В познавательных универсальных учебных действиях выделяют общеучебные действия, включая знаково-символические; логические и действия постановки и решения проблем. В число общеучебных действий входят:

- самостоятельное выделение и формулирование познавательной цели;
- поиск и выделение необходимой информации;
- применение методов информационного поиска, в том числе с помощью компьютерных средств;
- знаково-символические действия, включая моделирование (преобразование объекта из чувственной формы в модель, где выделены существенные характеристики объекта, и преобразование модели с целью выявления общих законов, определяющих данную предметную область);
- умение структурировать знания;
- умение осознанно и произвольно строить речевое высказывание в устной и письменной форме;
- выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий;
- рефлексия способов и условий действия;
- контроль и оценка процесса и результатов деятельности;
- смысловое чтение как осмысление цели чтения и выбор вида чтения в зависимости от цели;
- извлечение необходимой информации из прослушанных текстов различных жанров;
- определение основной и второстепенной информации;
- свободная ориентация и восприятие текстов художественного, научного, публицистического и официально-делового стилей;
- понимание и адекватная оценка языка средств массовой информации;
- умение адекватно, подробно, сжато, выборочно передавать содержание текста, составлять тексты различных жанров, соблюдая нормы построения текста (соответствие теме, жанру, стилю речи и др.).

К числу универсальных логических действий относят: анализ объектов с целью выделения признаков (существенных, несущественных); синтез как составление целого из частей, в том числе самостоятельное достраивание, восполнение недостающих компонентов; выбор оснований и критериев для сравнения, сериации, классификации объектов; подведение под понятия, выведение следствий; установление причинно-следственных связей; построение логической цепи рассуждений, доказательство; выдвижение гипотез и их обоснование. Действия постановки и решения проблем включают формулирование проблемы и самостоятельное создание способов решения проблем творческого и поискового характера. [1, с. 9]

Формирование и развитие УУД на уроках математики происходит с помощью различных видов заданий. К заданиям, способствующим развитию регулятивных действий, можно отнести такие как «преднамеренные ошибки», «ищу ошибку», поиск информации в предложенных источниках. Рассмотрим примеры подобных заданий.

Пример 1. «Преднамеренные ошибки». Правильно прочтите высказывание Н.К. Крупской, записанное без пробелов. Если нужно, поставьте запятую.

«Математикаэтоцепьпонятий:

выпадетоднозвеношкоинепонятнобудетдальнейшее».

Пример 2. «Ищу ошибку». Ученик решил задачу, найдите ошибку и оформите верное решение.

У Пети были монеты по 2 р. и по 10 р. Он говорит, что купил книгу за 240 рублей, отдав за неё 30 монет, а Вася говорит, что такого быть не может. Кто прав?

Номинал	Количество
2 р.	x
10 р.	y

Решение:

1) Составим систему и преобразуем ее: $\begin{cases} x + y = 30, \\ 2x + 10y = 240; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 30 - y, \\ 2(30 - y) + 10y = 240; \end{cases}$	2) Решим второе уравнение системы: $60 - 2y + 10y = 240,$ $8y = 180,$ $y = 22,5.$ 3) Из первого уравнения системы найдем: $x = 30 - 22,5,$ $x = 7,5.$
---	---

Ответ: прав Петя.

Пример 3. Поиск информации в предложенных источниках. Запишите систему линейных уравнений с двумя переменными, графики которых изображены на рис.1.

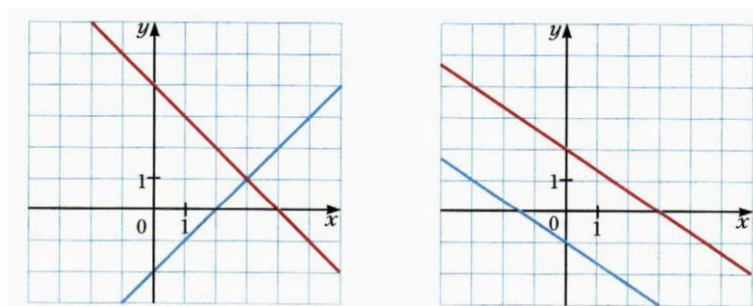


Рис. 1

При выполнении таких заданий у учащихся формируются умения планировать результаты своей деятельности, контролировать, выполнять действие по заданному образцу, правилу, предвосхищать свои ошибки.

К познавательным видам заданий относятся такие задания, как «цепочки», «найди отличия», составление схем-опор. Рассмотрим подобные задания на примерах.

Пример1. «Цепочки». Решите уравнения и расшифруйте полученное слово.

1)
$$\begin{cases} x + y = 6, \\ x - y = 8; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} 3x + y = 14, \\ 5x - y = 10; \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} 2x - 9y = 11, \\ 7x + 9y = 25; \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} -6x + y = 16, \end{cases}$$

5)
$$\begin{cases} 8x + y = 8, \\ 12x + y = 4; \end{cases}$$

6)
$$\begin{cases} x - 3y = 5, \\ 4x + 9y = 41; \end{cases}$$

7)
$$\begin{cases} x - 7y = 16, \\ 8x - 28y = 24; \end{cases}$$

$$6x + 4y = 34;$$

Каждому ответу соответствует буква.

У(0;-6/7), Н(8;1), И(3;5), Я(7;-1) , Ф(4; -1/3), К(-1;10) , Ц(-1;16).

(4; - 1/3)	(0; - 6/7)	(8;1)	(- 1;10)	(- 1;16)	(3;5)	(7; - 1)

Пример 2. «Найди отличия». Выберите системы уравнений, чьи графики решения совпадают.

$$1) \begin{cases} 5x + 4y = 6, \\ 6x + 4y = 0; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} -15x - 12y = -18, \\ -3x + -2y = 0; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 15x + 12y = 15, \\ 3x + 2y = 0; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x + 4/5y = 1, \\ -3x + 2y = 0. \end{cases}$$

Пример 3. Составление схем-опор. Составьте опорную схему алгоритма решения системы уравнений методом сложения и запишите решение при помощи этой схемы.

При выполнении этих заданий у учащихся формируются умения выделять тип задач и способы их решения, осуществлять поиск необходимой информации для их решения, обосновывать этапы решения, производить анализ и преобразование информации, проводить основные мыслительные операции (анализ, синтез, классификацию, сравнение, аналогию и т.д.), создавать и преобразовывать схемы, раскрывающие алгоритм решения задачи.

Представленные задания в рамках системно-деятельностного подхода в обучении позволяют сформировать у учащихся регулятивные и познавательные УУД на уроках математики.

Список литературы

1. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий: пособие для учителя / А. Г. Асмолов, Г. В. Бурменская, И. А. Володарская и др.; под ред. А. Г. Асмолова. – М.: Просвещение, 2011. – 159 с.

ФОРМИРОВАНИЕ ОБЩЕЙ КУЛЬТУРЫ УЧАЩИХСЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В СООТВЕТСТВИИ С ПРОГРАММОЙ ГУМАНИЗАЦИИ И ГУМАНИТАРИЗАЦИИ ШКОЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Е.В. Безенкова

Пермь, ПГГПУ

Аннотация: определены гуманизация, гуманитаризация школьного образования, общая культура. Показана неразрывная связь этих понятий. Проведены параллели между основными направлениями изучения культуры, целями введения элементов историзма в преподавание и средствами, которыми обладает история математики для достижения этих целей. Приведены некоторые формы работы с историко-математическим материалом на уроке.

Ключевые слова: *гуманизация; гуманитаризация; общая культура учащихся; историко-математические сведения; средства; формы работы.*

FORMATION OF THE GENERAL CULTURE OF STUDENTS AT THE LESSONS OF MATHEMATICS IN ACCORDANCE WITH THE PROGRAM OF HUMANIZATION AND HUMANITARIZATION OF SCHOOL EDUCATION

E.V. Bezenkova

Perm, PSHPU

Abstract: humanization, humanitarization of training education, general culture are defined. An inseparable connection of these concepts is shown. Parallels between the main directions of cultural studies, the goals for introduction of some knowledge about history of mathematics in teaching and the means by which these goals are achieved. Some forms of work with the historical and mathematical material on the lesson are given.

Keywords: *humanization; humanitarization; general culture; training; historical and mathematical information; means; forms of work.*

Модернизация современного образования предполагает сохранение традиций российской школы, направленных на развитие свободной, гуманной, духовной, творческой личности, способной к самоопределению

и самореализации. Соблюдение принципов гуманизации и гуманитаризации является важнейшим условием этого пути. *Гуманизация* образования – это создание гуманной, ориентированной на интересы и потребности человека, общечеловеческие ценности и идеалы системы образования, а *гуманитаризация* – учебно-методическое содержание образования как составная часть и средство реализации процесса гуманизации. Заметим, что понимание гуманизации образования мало изменялось со временем. «Результат гуманистической направленности образования – это, прежде всего, становление человека, способного к сопереживанию, готового к свободному гуманистически ориентированному выбору и индивидуальному интеллектуальному усилию» [7, с. 35]. Толкование же понятия «гуманитаризация образования» с течением времени кардинально поменялось от понимания его как склонности к увеличению нагрузки на гуманитарные дисциплины в курсе общеобразовательной школы (В.И. Игошин, А.А. Столяр и др.) до понимания процесса гуманитаризации образования как поиска, особого выделения и рассмотрения в каждом учебном предмете проявлений общечеловеческой культуры (Т.А. Иванова, Т.Н. Миракова, В.В. Краевский, В.С. Корнилов и др.). В частности, Т.Н. Миракова говорила: «В этом случае любой предмет, в том числе физика, математика, химия, будет реализовывать также и функцию формирования творческих способностей учащихся, их эмоциональной сферы и ценностных, по определению гуманистических, ориентаций» [11, с. 37].

Принцип гуманизации и гуманитаризации содержания образовательного процесса рассматривается с позиций культурологического подхода. Такой подход позволяет наполнить предметы учебного плана содержанием, раскрывающим успехи наук как достижения разума, борьбу концепций, проявление смелости мысли, интуиции, одержимости и других проявлений характера ученых. Культурологический подход предполагает обращение к национальным и религиозным традициям народа, широкое использование различных видов искусств, ремесел, физической культуры. «Подлинная

культура как реализация внутренней сущности человека не может не служить человеку, не быть именно гуманистической» писал В.С. Семенов в статье «Культура и развитие человека» [12, с. 17]. Т.Н. Миракова предполагала, что гуманитаризация в широком смысле слова означает обновление средств совершенствования культуры, и доказывала, что понятия «гуманитаризация» и «культура» этимологически близки [11, с. 124]. Это позволяет сделать вывод о неразрывной связи понятий «гуманизация», «гуманитаризация» и «культура».

Исторически сложилось так, что одной из приоритетных позиций российского образования является его направленность на общекультурное развитие обучающихся. Она находит отражение в тексте современного закона РФ «Об образовании», где отмечено, что «...содержание образования должно содействовать формированию и развитию личности в соответствии с принятыми в семье и обществе духовно-нравственными и социокультурными ценностями...» [5, с. 31], а также в тексте Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования, где в требованиях к структуре основной образовательной программы основного общего образования говорится о том, что «...основная образовательная программа ...направлена на формирование *общей культуры*, духовно-нравственное, гражданское, социальное, личностное и интеллектуальное развитие обучающихся, их саморазвитие и самосовершенствование, обеспечивающие социальную успешность, развитие творческих, физических способностей, сохранение и укрепление здоровья обучающихся» [13, с. 11].

Существует несколько сотен определений общей культуры учащихся. Рассмотрев, что понимает под культурой В.С. Степин, А.С. Запесоцкий и другие ученые, мы остановились на определении, разработанном Зимней И.А., Боденко Б.Н., Кривченко Т.А., Морозовой Н.А. Они подчеркивают, что *общая культура* человека есть единое целое, включающее: а) *внутреннюю культуру*, определяемую собственно личностными, деятельностными и интерактивными особенностями человека, воспитанными в семье и системе образования

и б) *образованность* как освоенную совокупность знаний, характеризующуюся системностью, широтой, всесторонностью и глубиной [6, с. 58]. С позиций личностно-деятельностного подхода в содержании общей культуры авторы выделяют *шесть основных направлений*, представляющих три глобальных плана ее изучения: *культура личности* (отношения и саморегуляция), *культура деятельности* (интеллектуальная и предметная) и *культура социального взаимодействия* (поведение и общение). Каждое из этих направлений выделяется в качестве автономного, самостоятельного в общей системе их взаимосвязи, взаимообусловленности и взаимодействия достаточно условно. В тоже время явна их разная направленность. Так, культура отношения, культура интеллектуальной деятельности и культура саморегуляции образуют внутренний, интеллектуально-аффективно-волевой, ценностно-смысловой пласт общей культуры человека. Культура предметной деятельности, культура поведения и культура общения представляют собой внешний контур, в реализации которого выявляются особенности внутреннего.

В работе предпринята попытка показать, как по указанным выше направлениям можно формировать и развивать *общую культуру учащихся* на уроках математики. С этой целью были проведены параллели между ними, целями и средствами, которыми обладает история предмета. Считаем, что внедрение элементов историзма в процесс преподавания математики – одной из самых «негуманитарных» дисциплин – сыграет ведущую роль в процессе *гуманитаризации* образования и развития общей культуры учащихся. Применение исторических фактов в процессе изучения математики дает возможности для развития научного мировоззрения, мышления, познавательного интереса, творческих способностей, саморегуляции и нравственного воспитания учащихся. Именно история науки занимается вопросами познания, выяснением того, как человечество продвигалось от незнания к частичному знанию, а от него к более полному и совершенному. Говоря словами Гете: «История науки – это сама наука» [8, с.1]. Обращение к фактам из прошлого позволяет привлечь богатейший и интереснейший

материал. Исторические задачи могут стать источником создания проблемных ситуаций. Чем больше будет ученик знать исторических фактов становления и развития науки, видеть специфику формирования науки в разных странах и решать историко-математические задачи, тем богаче будет его возможность для творчества, развития глубокого и устойчивого интереса к предмету.

Заметим, что каждому направлению культуры соответствуют задачи, которые мы ставим перед собой, вводя на уроки математики историко-математические сведения с учетом формирования качеств личности. Результаты исследования представим в таблице:

Таблица

**Связь историко-математических сведений
с основными направлениями общей культуры**

План культуры	Направление культуры	Задачи внедрения историзма	Средство истории математики
Культура личности	Отношение (к миру, себе, и др.)	Формирование научного мировоззрения	Знание и осмысление пути, который прошла математика, формирование под влиянием развития общества её понятий и методов
	Саморегуляция	Развитие самодисциплины, самоконтроля, познавательного интереса; формирование эстетического восприятия, чувства гордости за достижения отечественной и мировой науки	Сведения о научных поисках, открытиях, о трудном пути к истине, биографии ученых, факты становления науки в разных странах, красота решения задачи и логики доказательства
Культура деятельности	Интеллектуальная деятельность	Развитие мышления	Доказательство теорем, решение задач несколькими способами, в том числе и старинными
	Предметная деятельность	Развитие творческих способностей, исследовательских навыков	Работа с рисунками, моделями. Знание истории возникновения инструментов и их применение

План культуры	Направление культуры	Задачи внедрения историзма	Средство истории математики
Культура социального взаимодействия	Поведение	Нравственное воспитание	Факты из биографий ученых, сведения о научных поисках, открытиях, о трудном пути к истине
	Общение	Этика в мире науки	Работа в группах, парах. Умение представить результат работы и выслушать оппонента, грамотно и аргументированно выступать на публике

В распоряжении каждого учителя математики должен быть исторический материал по изучаемой теме, которым он может распорядиться по собственному усмотрению, в соответствии со своим опытом, вкусом, уровнем подготовки и профилем класса. В работе с учащимися основной школы и старших классов можно выделить следующие *формы использования* исторического материала (классификация по объему предлагаемой информации):

- Историческая справка.
- Исторический экскурс.
- Историческая задача.
- Статья (сочинение) на историческую тему.
- Реферат, посвященный истории математики.
- Проект по истории математики.

Среди *форм проведения* выделим:

- Создание соответствующей проблемной ситуации.
- Короткое сообщение ученика.
- Доклад ученика.
- Беседа или рассказ учителя.
- Урок или семинар по определенной теме.

Приведем примеры бесед учителя о некоторых учениках:

Фалес Милетский – один из древнегреческих математиков VII в. до н.э. Он считается одним из первых геометров, родоначальником греческой стихийной материалистической философии. Политик, физик, крупнейший астроном своего времени и государственный советник. Он был причислен к «семи мудрецам древности», среди которых назван первым. На статуе Фалеса в Милете красуется надпись: «Град ионийский Милет вскормил и воздвигнул Фалеса, в мудрости старшего всех, в звёзды вперяющий ум».

Ему принадлежит открытие продолжительности года и деление его на 360 дней, он первым объявил, что размер Солнца составляет своего кругового пути и вычислил его длину. Фалес первым назвал последний день месяца тридесатым, открыл Полярную звезду в созвездии «Малой медведицы» по которой моряки ориентировались в море, предсказал солнечное затмение 23 мая 585 года до н.э. и т.д. Поэтому о нём говорили: «Между семью мудрецами Фалес – мудрец звездовидец».

Его геометрические знания были обширными. Ему принадлежат открытия, которые, конечно, нам сегодня кажутся тривиальными. Он доказал: равенство вертикальных углов; второй признак равенства треугольников; теорему о равенстве углов при основании равнобедренного треугольника; теорему о том, что вписанный угол, опирающийся на диаметр, прямой; наконец, всем известную теорему, носящую его имя. Фалес впервые решил многие геометрические задачи. Предложил, в частности, способ определения расстояния до корабля на море, вычислил высоту пирамиды Хеопса по длине, отбрасываемой ею тени, используя подобие прямоугольных треугольников. Решение этой задачи вошло в легенды и часто служит его визитной карточкой.

Из глубины веков дошли сведения, о том, что Фалес был победителем в пятиборье на одной из олимпиад и едва ли не первым болельщиком, умершим на олимпиаде, наблюдая кулачные бои, чемпионом в которой стал никому тогда ещё не известный юноша Пифагор. Умер он от жары и жажды, прожив 78 лет.

Пифагор – один из величайших математиков Древней Греции, живший в VI в. до н.э. Как говорилось выше, он был победителем по кулачному бою в 58-ой олимпиаде, но следует добавить, что олимпийским чемпионом он был четыре раза подряд. Достоверных биографических сведений о нем мало. Известно, что родился он на острове Самос, расположенном в Эгейском море. По совету Фалеса 22 года Пифагор набирался мудрости в Египте. В Вавилон он попал не по своей воле. Во время завоевательных походов на Египет войска полководца Камбиза взяли его в плен и продали в рабство. Освободившись, Пифагор около 12 лет жил у зороастрийцев и учился арифметике, у них он перенял любовь к числам. Есть сведения, что он посетил и Индию, перенея знания браминов (жрецов) по астрономии и искусству управлять своим телом.

По возвращении в Европу он организовал Пифагорейскую гетерию. В её уставе авторство всех работ, в том числе и математических, учеников Пифагора приписывалось самому учителю. Дисциплина в школе была строгой. Главным безоговорочным аргументом в научных спорах были слова: «Сам сказал». После этого дискуссия прекращалась. Некоторые историки науки отмечают, что Пифагор составил подробный список «золотых слов» и «золотых утверждений» для своих учеников.

Излюбленной геометрической фигурой пифагорейцев была пентаграмма – пифагорейская звезда. Она служила им паролем, была символом здоровья и счастья. Фигура эта необычайно интересна. Она обладает многими свойствами. Например, сумма «конечных» углов пентаграммы равна 180 градусам. Если соединить их вершины, то получится правильный пятиугольник – пентагон. Его диагонали, пересекаясь, делятся в отношении «золотого сечения».

Конечно, гордостью пифагорейской математической мысли служила теорема Пифагора. Этому открытию сам Пифагор придавал такое огромное значение, что как сообщила писательница Памфила (I в.), он принес в жертву богам сто быков. Пифагору принадлежит доказательство теоремы о сумме внутренних углов треугольника, первый признак равенства треугольников, ему

приписывают и открытие несоизмеримых отрезков, следовательно, и первых иррациональностей. Общеизвестно, что Пифагор являлся также творцом элементарных принципов построения правильных многогранников, которые он называл космическими телами (правда, следует заметить, что из пяти видов таких тел пифагорейцы знали только три – тетраэдр, гексаэдр и додекаэдр; два других – октаэдр и икосаэдр – получил впоследствии также пифагореец Теэтет в начале IV в. до н.э.).

Однако фундаментом всякого учения пифагорейцы считали число. Бог, учили они, положил числа в основу мирового порядка. Гармония, утверждали пифагорейцы, является божественной и заключается в числовых отношениях. Кто до конца изучит эту божественную числовую гармонию, станет бессмертным. Поэтому и в геометрических фигурах они стремились найти числовые гармонии – пентагон и «золотое сечение», прямоугольный треугольник и теорема Пифагора, Пифагоровы тройки и сумма чисел натурального ряда.

Курс математики основной школы может создать условия для того, чтобы ученики увидели, как сложилась та или иная математическая теория, в силу каких причин возникла, как и с чем связана, как работает наша наука, какими методами она изучает окружающую действительность, каковы ее возможности и ограничения. Для этого необходимо систематически наполнять наш предмет материалом из исторического развития математики.

Выражаю благодарность за теоретическую, методическую и моральную поддержку научному руководителю доктору физико-математических наук, профессору кафедры высшей математики Малых А.Е., которая, помогала мне в анализе большого количества литературы и указывала на интересные моменты моей педагогической практики.

Список литературы

1. Волошкина М.И. По страницам старых учебников. Арифметика // Начальная школа, 1994. – №11. – С. 63.

2. Глейзер Г.И. История математики в школе. – М.: Просвещение, 1982.
3. Депман И.Я. История арифметики. – М.: Просвещение, 1967.
4. Депман И.Я., Виленкин Н.Я. За страницами учебника математики. – М.: Просвещение, 1989.
5. Дышинский Е.А., Малых А.Е. О Фалесе и Пифагоре в брошюре «Материалы к историко-математическому конкурсу для X–XI классов (с методическими рекомендациями)». – Пермь: ПГПИ, 1991.
6. Закон Российской Федерации «Об образовании». – М.: Ось-89, 2012.
7. Зимняя И.А., Боденко Б.Н., Кривченко Т.А., Морозова Н.А. Общая культура человека в системе требований государственного образовательного стандарта. – М.: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 1999.
8. Краевский, В.В. Методология педагогики. Новый этап – М.: Академия, 2006.
9. Малых А.Е. Знакомство учащихся с историческими сведениями и фактами из жизни и деятельности ученых-математиков. – Кудымкар: Окр ИУУ, – 1989.
10. Малых А.Е. История математики в задачах. – Пермь: ПГГПУ, 2014. – Ч. III. Математика в Древней Греции. – С. 5–11.
11. Малых А.Е. История математики (лекции по истории математики). – Пермь: ПГГПУ, 2014. – Ч. I. – С. 47–48.
12. Миракова Т.Н. Дидактические основы гуманитаризации школьного математического образования: дис. ... д-ра пед. наук – М., – 2001. – 465 с.
13. Семенов В.С. Культура и развитие человека // Вопросы философии, 1982. – № 4. – С. 15–29.
14. Федеральный государственный стандарт общего образования <http://минобрнауки.рф/документы/938>.

ОТ КРУЖКА К ПРОЕКТУ

А.А. Бондарь, Р.Ф. Мамалыга, М.А. Мысина

Екатеринбург, УрГПУ

Аннотация: представлен авторский подход к организации проектной деятельности. Основной идеей является слияние кружковых занятий, проводимых учителем, и самостоятельной работы учащихся. Приводятся примеры удачного сочетания коллективной и индивидуальной работы по темам «Многогранники», «Движения плоскости» и «Графы». Обосновывается целесообразность такого подхода в условиях современной школы.

Ключевые слова: *проект; кружковая и проектная деятельность; геометрия; движения плоскости; правильные многогранники; принцип двойственности; формула Пика.*

FROM MATHEMATICAL GROUP TO PROJECT

A. Bondar, R. Mamalyga, M. Mysina

Ekaterinburg, USPU

Abstract: an author's approach to an organization of project activities is presented. The main idea is to merge an activity of mathematical groups held by a teacher and the students' independent work. The examples of a successful combination of collective and individual work on the topics «Polyhedra», «Plane isometry» and «Graphs» are given. The expediency of such an approach in the conditions of a modern school is substantiated.

Keywords: *project; groups for math and project activity; geometry; plane isometry; Platonic solid; the duality principle; Pick's theorem.*

В настоящее время в рамках общего и профессионального образования большое значение уделяется формированию способности и готовности обучающихся к саморазвитию и их мотивации к целенаправленной деятельности. Согласно ФГОС, учащиеся должны овладеть навыками проектной деятельности, реализации и общественной презентации результатов исследований [10].

В условиях перехода к стандартам нового поколения делается акцент на обучение через практику и самостоятельную деятельность ученика. Одним из путей в этом направлении, несомненно, может стать метод проектов, позволяющий раскрыть более полно творческие способности учащихся и заложить основы научно-исследовательской деятельности.

В последние годы метод проектов актуален и находит применение, как в учебной, так и во внеурочной работе [1], [3], [7]. Проекты, представленные в этих работах – это результат личного опыта совместных исследований учителей и учащихся различных образовательных учреждений.

В условиях учебного процесса учителю не всегда хватает времени в полной мере проработать пути творческого и интеллектуального развития обучающихся. Поэтому на научно-практических конференциях темы проектов ежегодно повторяются, например, «Золотое сечение», «Симметрия», часто относятся к традиционным разделам математики и не имеют выхода в современность.



Рис. 1. Занятия математического кружка по теме «Движение плоскости»

Нами были разработаны и частично опробованы проекты по теме «Многогранники вокруг нас» как предметные: «Правильные и полуправильные многогранники», «Двойственность правильных многогранников» и «Многогранники и планарные графы», так и метапредметные: «Кристаллы правильной формы» и «Искусство и многогранники».

Опыт основан на работе с обучающимися разновозрастных групп среднего и старшего звена, заинтересованными в углубленном изучении математики. Работа в кружке (численностью 7–10 человек) строится по «принципу ромашки» (рис.1): центральными являются занятия, где учащиеся вместе с учителем выбирают тему и обсуждают теоретические вопросы, связанные с ней. Например, выбрав тему «Движение плоскости», рассматриваются следующие вопросы: нахождение образов точек, отрезков, многоугольников; формулы преобразований; нахождение неподвижных точек; композиции движений и их формулы. Особое место отводится задачам с переопределенными или недоопределенными условиями. Например, учителем изготовлен «старинный» свиток, в котором написано: «Встань около березы, и дойди от нее, не сворачивая, до колодца, затем поверни под прямым

углом налево и пройди такое же расстояние. В том месте, где ты оказался, вбей колышек в землю. Вновь встань у березы, и дойди от нее, не сворачивая до дуба, поверни под прямым углом направо и пройди такое же расстояние. Вбей второй колышек в землю. Посередине между колышками зарыт клад». На свитке была карта, на которой отмечены только колодец и дуб. Учащиеся, разбившись на «артели кладоискателей» пытались найти клад. В ходе обсуждения выяснилось, что в задаче не хватает данных для того, чтобы ее решить.

Продолжительность кружковой работы по избранной теме зависит от сложности материала и от подготовленности обучаемых. Занятия могут осуществляться в различных формах: экскурсии в краеведческий музей (поиск этно-материала), геологический (знакомство с кристаллами), лабораторные работы, моделирование, конструирование (оригами, квиллинг, создание макетов), игра и др.

На заключительном этапе занятий учащиеся выбирают темы групповых и индивидуальных проектов, которые являются логическим продолжением центральной темы кружковой работы.

Наибольший интерес (в нашем опыте) учащиеся проявили к проектам с элементами исследования окружающей действительности. Так, в работе «Орнамент. Группа самосовмещений» учащиеся, на примере исследования геометрических орнаментов и декоративного панно из местного краеведческого музея представили интересный наглядный материал, где по заданной группе самосовмещений была сделана вышивка на костюме.

Ниже представлены проекты, которые мы предложили учащимся по теме «Многогранники вокруг нас» (рис. 2).

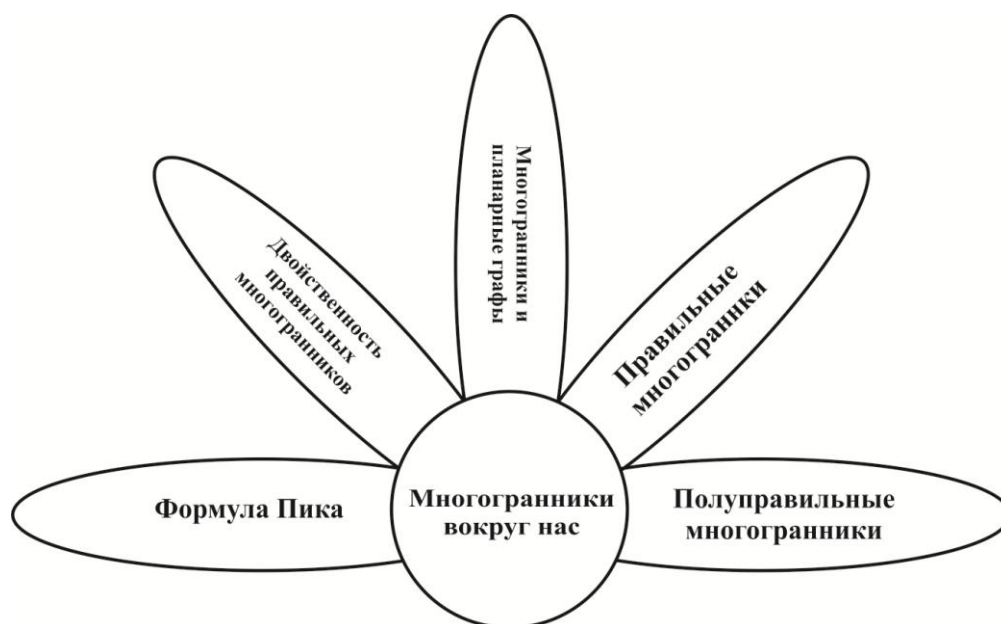


Рис. 2. Проекты по теме «Многогранники вокруг нас»

На занятиях кружка обучающиеся изучают понятия выпуклого и правильного многогранников, изготавливают развертки, модели. Выясняют существование только пяти правильных многогранников, знакомятся с теоремами Эйлера (для плоских и пространственных фигур) и рассматривают различные способы их доказательств [2], [4], [9], [11].

При переходе от кружковой работы, например, к проекту «Двойственность правильных (полуправильных) многогранников» учитель ставит проблему и объясняет цели проекта, оказывает помощь в создании проектных групп (*подготовительный этап*). Для обоснования проблемы данного проекта учитель подобрал материал по принципам двойственности из различных областей человеческих знаний. Была поставлена цель – выявить двойственность правильных (полуправильных) многогранников. Для ее достижения решались задачи: рассмотреть и обосновать двойственность икосаэдра и додекаэдра, (кубооктаэдра и ромбододекаэдра).

На *проектировочном этапе* идет совместное обсуждение свойств правильных многогранников, в ходе которого учитель более подробно рассказывает о принципе двойственности на примере гексаэдра и октаэдра. Демонстрация и обоснование этого принципа осуществляются с помощью каркасной модели, компьютерной программы [12] и расчетов.

Поисково-информационная деятельность: с помощью сводной таблицы, в которой указано количество вершин, ребер, граней многогранников, обучающийся выявляет те, которые могут быть двойственными (икосаэдр и додекаэдр). Выполнив необходимые расчеты, демонстрирует это свойство многогранников, изготавливая модель (каркасную, компьютерную), которая потом будет представлена в качестве продукта данного исследования.

Представим еще один проект ромашки по теме «Формула Пика». Знакомство с ней наиболее актуально перед сдачей ЕГЭ и ОГЭ. Формула Пика упрощает нахождение площади геометрической фигуры, изображенной на клетчатой бумаге (целочисленной сетке). С помощью этой формулы можно без проблем решать большой класс задач, предлагаемых на экзаменах. Изучение формулы Пика может заинтересовать учеников, которые так и не смогли выучить все формулы для вычисления площадей фигур, или тех, кто так и не понял, как выполнять дополнительное построение или разбиение фигуры, чтобы свести её к «известным площадям». Для тех учеников, у кого вычисление площади геометрическими методами не составляет трудности, формула Пика послужит дополнительным способом проверить свой результат, сверив полученные ответы.

На *подготовительном этапе* ставится цель – выявить зависимость между площадью многоугольника и числом узлов сетки, расположенных на ребрах и внутри него.

На *проектировочном этапе* идет совместное изучение понятия правильной многоугольной карты, как частного случая плоского односвязного графа и знакомство с понятием триангуляции. Обсуждаются свойства разбиения многоугольников [5], [6], [8].

Поисково-информационная деятельность: Учитель дает задание ученику, найти задачи, которые требуют вычисления площади плоских многоугольников на целочисленной решетке. Далее обучающийся решает эти задачи известными ему методами. Получив достаточное количество результатов, совместно с преподавателем составляет сводную таблицу, в которой для каждой задачи

указывает площадь многоугольника и количество узлов сетки, находящихся внутри него и на его границе. Затем устанавливает соответствие между этими характеристиками, и «выводит» формулу Пика. Предлагаемая литература и знания, полученные на кружке, используются для доказательства полученной формулы.

В качестве защиты проекта проводится соревнование между слушателями, которые будут находить площадь геометрическим способом и докладчиком, который будет использовать формулу Пика.

Презентации и доклады по выбранным каждой проектной группой (или индивидуально) темам завершают кружковую работу. Здесь учащиеся осуществляют оценку индивидуального вклада каждого члена в реализацию проекта и самооценку осуществления поставленных целей.

Мы представили синтез коллективной и индивидуальной работы, несомненно, полезный для социализации обучаемых. Общая тема всех проектов дает возможность ученикам обсуждать проблемные вопросы не только с учителем, но и с другими участниками кружка. При этом в процессе исследования у учащихся формируется целостная картина изучаемой темы, что способствует более глубокому её пониманию.

Список литературы

1. Антонова Е.И. Проектная деятельность в старших классах при изучении геометрии // Математика в школе - 2007. - №4, с 17-21.
2. Александров А.Д. Выпуклые многогранники. – Государственное издательство технико-теоретической литературы. – Москва, Ленинград, 1950. – 428 с.
3. Ахмедьянова Н.А., Горбунова Т.С., Мамалыга Р.Ф. Развитие творческой активности учащихся в процессе обучения геометрии на внеурочных занятиях // Актуальные проблемы математического образования в контексте реализации ФГОС в школе и вузе: сборник материалов международной заочной научно-практической интернет-конференции / под общ. ред. проф. И.Г. Липатниковой. – Екатеринбург: Издательство АМБ, 2013. – 137 с.
4. Веннинджер М. Модели многогранников / Пер. с англ. В.В. Фирсова. Под ред. И. М. Яглома. – М.: «Мир», 1974. – 236 с.
5. Вавилов В., Устинов А. Две знаменитые формулы // Квант. – 2008. – №2. – С.11–15.

6. Васильев Н.Б. Вокруг формулы Пика // Квант – 1974. – №12. – С. 39–43.
7. Крымова Л. Н. Метод проектов в обучении математике // Математика в школе. – 2006. – № 4. – С. 62–68.
8. Кушниренко А. Целые точки в многоугольниках и многогранниках // Квант – 1977. – №4. – С.13–20.
9. Смирнова И.М. В мире многогранников: Кн. для учащихся. – М.: Просвещение, 1995. – 144 с.
10. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. Утв. приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «17» октября 2013 г. № 1155.
11. Шарыгин И.Ф., Ерганжиева Л.Н. Наглядная геометрия. Учебное пособие для V – VI классов. – М.; МИРОС, КПЦ «МАРТА», 1992. – 208 с.
12. Электронное учебное пособие «Путешествие в страну многогранников». – Екатеринбург, 2017. – Режим доступа: <http://gcg-studio.ru/>

О РАЗВИТИИ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УУД УЧАЩИХСЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В 5-6 КЛАССАХ НА ПРИМЕРЕ ТЕМЫ «ДЛИНА ОКРУЖНОСТИ»

Н.П. Брюханова

Норильск, МБУ ДО «Станция юных техников»,
Красноярск, КГПУ им. В.П. Астафьева

Аннотация: статья посвящена исследованию проблемы развития познавательных универсальных учебных действий на уроках математики на примере темы «Длина окружности». В статье приведены примеры заданий для развития познавательных УУД учащихся.

Ключевые слова: *Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования; познавательные универсальные учебные действия; структурирование знаний; общеучебные действия.*

ON THE DEVELOPMENT OF COGNITIVE UUD PUPILS AT MATHEMATICS LESSONS IN 5-6 CLASSES WITH THE EXAMPLE OF THE TOPIC «CIRCUMFERENCE»

N.P. Bryukhanova

Norilsk, MBI AE «Station of young technicians»,
Krasnoyarsk, KSPU named after V.P. Astafjeva

Abstract: the article is devoted to investigation the problem of development of cognitive universal educational activities on mathematics lessons in the example of the theme "the circumference". Examples of tasks for development of cognitive universal educational actions students are reduced.

Keywords: *Federal state educational standard of basic general education; cognitive universal educational actions; structuring knowledge; general educational activities.*

Для достижения планируемых результатов нового качества образования при введении Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования (ФГОС ООО) необходимо решить целый ряд системных задач: прежде всего, необходим новый подход к содержанию образования, который позволит развивать универсальные учебные действия (УУД) [2, с. 10], [4, с. 28–31]. В блоке познавательных УУД А.Г. Асмолов выделяет общеучебные действия, включая знаково-символические; логические и действия постановки и решения проблем [3, с. 9–10]. Анализ учебников по математике 5–6 классов показал, что представленный в них задачный материал не позволяет в полной объеме сформировать выделенные УУД [1, с. 70–74].

Подробнее остановимся на методике формирования умения структурировать знания и умения применять методы информационного поиска, в том числе с помощью компьютерных средств. Для развития этих умений требуется разработать специальный комплекс упражнений, включающий в себя проектные задачи и задачи исследовательского характера. Приведем пример комплекса заданий для формирования общеучебных познавательных учебных действий в теме «Окружность. Площадь круга», которая по разным учебникам изучается в 5 или 6 классах.

Для развития умения структурировать знания необходимо в содержание уроков включать задания по работе с текстом. Это могут быть задания тестового характера по теоретическому материалу, работа со схемами и опорными конспектами.

Пример 1. Изучите параграф 24 (по учебнику А.Г. Мерзляк) и выполните задания.

1. Вычеркнуть ненужные слова текста в скобках:

а) *Окружность – это (абстрактная, геометрическая, плоская, пространственная) фигура, состоящая из (множества, всех) точек, расположенных на (одинаковом, заданном) расстоянии от (некоторой, центральной) точки.*

б) *Радиусом окружности называется (линия, прямая, отрезок), соединяющая центр окружности с (заданной, какой-либо) точкой окружности.*

2. Выбрать правильный ответ:

Диаметр окружности – это ...

- а) два радиуса, лежащие на одной прямой;*
- б) хорда, проходящая через центр окружности;*
- в) прямая, проходящая через две точки и центр окружности.*

3. Выбрать правильный ответ:

Центр окружности – это ...

- а) точка, куда ставится ножка циркуля при начертании окружности;*
- б) середина окружности;*
- в) точка, равноудаленная от всех точек окружности.*

4. Выбрать правильный ответ:

Дуга окружности – это ...

- а) часть окружности, выделенная точками;*
- б) часть окружности, ограниченная двумя точками;*
- в) часть окружности, ограниченная хордой.*

5. Ответить на вопрос: *Как называется отрезок, соединяющий центр окружности с любой точкой окружности?*

- а) длина окружности;*
- б) радиус окружности;*
- в) половина диаметра окружности.*

Пример 2. Прочитайте текст и вставьте подписи к рисунку 1.

Окружность – замкнутая плоская кривая, которая состоит из всех точек на плоскости, равноудалённых от заданной точки. Эта точка называется центром окружности. Отрезок, соединяющий центр с какой-либо точкой окружности, называется радиусом; радиусом называется также и длина этого отрезка. Внутренность окружности называется кругом; в зависимости от подхода, круг может включать граничные точки (т. е. окружность) или не включать их.

Окружность называется единичной, если её радиус равен единице. Единичная окружность является одним из основных объектов тригонометрии.

Отрезок секущей, расположенный внутри окружности, называется хордой. Хорда, проходящая через центр окружности, называется диаметром; тот же термин используется для его длины. Диаметр вдвое больше радиуса. Он делит окружность и круг на две равные части и поэтому является их осью симметрии.

Хорда разбивает круг на две части, называемые сегментами круга. Два различных радиуса тоже разбивают круг на две части, называемые секторами круга.

Любые две несовпадающие точки окружности делят её на две части. Каждая из этих частей называется дугой окружности. Дуга называется полуокружностью, если отрезок, соединяющий её концы, является диаметром.

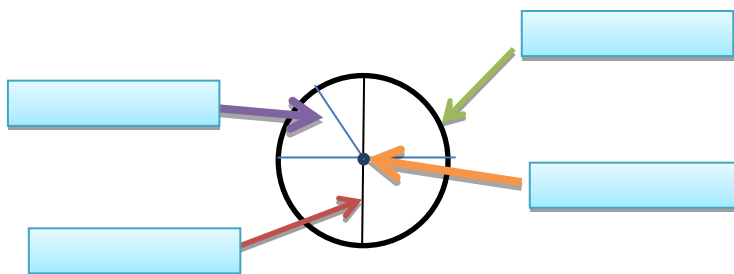


Рис. 1. Понятия темы «Длина окружности»

Пример 3. Прочтите параграф 24 (по учебнику А.Г. Мерзляк) и заполните опорный конспект (рис. 2).

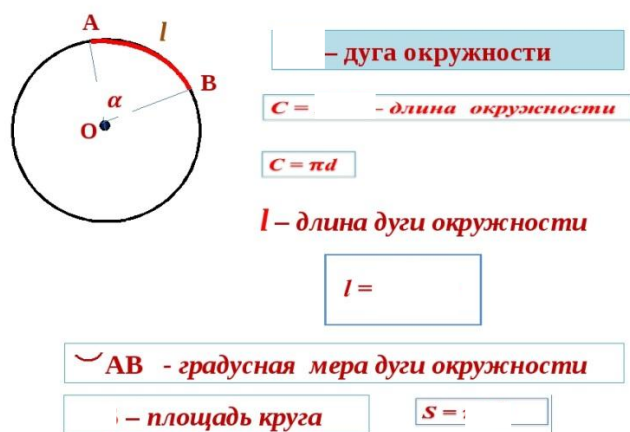


Рис. 2. Опорный конспект по теме «Длина

Для формирования умения применять методы информационного поиска, в том числе с помощью компьютерных технологий, необходимо наполнить содержание урока цифровыми образовательными ресурсами и нестандартными задачами.

Так, например, на первом уроке темы «Окружность, длина окружности» введение темы можно использовать инновационные учебные материалы – электронный ресурс «Математика на компьютерах» (рис. 3)



Рис. 3. Стартовая страница программы

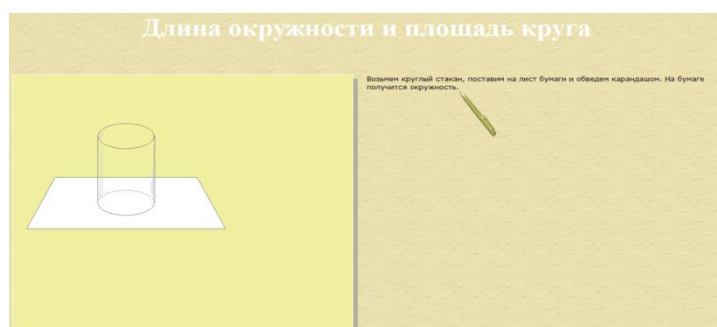


Рис. 4. Демонстрационно-обучающие материалы.

В этой программе учителю необходимо предоставить учащемуся возможность самому организовать поиск в электронном ресурсе в разделе

Программные модули → Демонстрационно-обучающие материалы → Геометрические фигуры (Рис. 4).

В данной оболочке учащиеся смогут самостоятельно познакомиться с понятием окружности и способом измерения ее длины, выводом формулы нахождения длины окружности.

На втором уроке-закреплении изученного материала для развития умения применять методы информационного поиска необходимо использовать задачи как с практическим контекстом, с избыточными и с недостающими данными, так и задачи исследовательского характера, требующие проведения дополнительных измерений. Приведем примеры таких задач, в которых учащиеся могут столкнуться с проблемой, когда заранее не известны некоторые параметры и их требуется дополнительно измерить.

Задача о длине окружности колеса. Ученики имеют в своём распоряжении 3 пары колес разного диаметра, робота и программное обеспечение на компьютере, в котором открыта программа движения по прямой.

Задание для учеников: рассчитать длину окружности каждой пары колес,

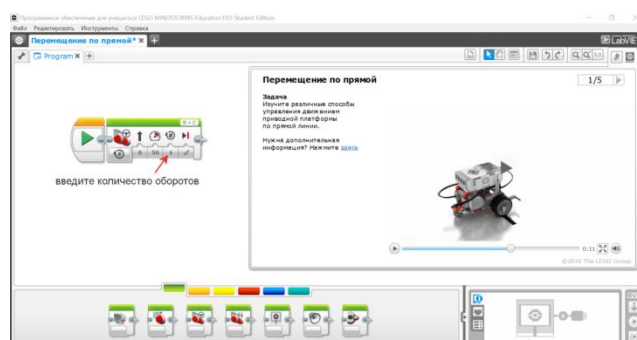


Рис. 5. Программа для робота

вычислить количество оборотов необходимых для преодоления роботом 1 метра, записать в программу (рис. 5) получившиеся число оборотов (для каждой пары колес отдельно), протестировать робота.

Также можно использовать практико-ориентированные задачи с недостающими данными. Например, по теме «Длина окружности» можно использовать задачи:

- Вычислите длину экватора Земли и проверьте полученный результат.
- Окружность арены во всех цирках имеет одинаковую длину.

Рассчитайте диаметр цирковой арены.

• Автомобиль марки Suzuki GrandVitara сделал 100 оборотов ведущими колесами. Какой путь проехал автомобиль?

• Строители дома решили сделать арочные двери в квартире. В ходе дискуссии об оптимальном размере арки они установили, что можно верхнюю часть арки выполнить в форме полукруга. Определите, какой была длина арки при ширине порога 90 см, если площадь дверного проема $0,88 \text{ м}^2$.

В приведенных задачах недостаточно данных для решения, но учащиеся смогут найти их самостоятельно, используя ИКТ-средства и собственные рассуждения.

Также для развития познавательных УУД необходимо использовать задачи с избыточным содержанием. Например, задачи фантастического характера. Одним из примеров таких задач может служить задача о бароне Мюнхгаузене.

Барон Мюнхгаузен решил обойти весь мир по суше и воде по самой длинной его части – Экватору. Он начал свой путь с нулевого меридиана и двигался на восток. На своем пути он посетил маленькое государство у побережья Африки в Гвинейском заливе, Конго, острова Суматра, Калимантан, Сулавеси, а также около десятка более мелких островов Индонезии. В Бразилии барон продирался по непроходимым джунглям. Путь от Индонезии до Бразилии занял у него 85 дней. За это время он прошел 16319 км. На оставшийся путь через Тихий океан он потратил 29,5 часов, пролетев на самолете со средней скоростью 800 км/ч. Какой путь прошел барон? Вычислите радиус Земли, используя полученные данные.

В данной задаче используется много дополнительной информации, которая не требуется для ее решения. Учащимся необходимо составить маршрут путешествия, выбрать необходимые данные, наметить план решения,

определить достаточно ли данных задачи для решения и только после этого решить ее.

Таким образом, разработанный специальный комплекс заданий по теме «Длина окружности» при систематическом использовании в обучении будет способствовать развитию познавательных УУД у учащихся 5-6 классов.

Список литературы

1. Брюханова Н.П. Возможности формирования познавательных учебных действий в процессе математической подготовки учащихся // современные тенденции развития науки и технологий: сборник науч. трудов конф. (Белгород, 30 апреля 2015 г.). – Белгород: ИП Ткачева Е.П., 2015.
2. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. Утв. приказом Минобрнауки России от 29 декабря 2014 г. N 1644. – Режим доступа: <http://nsportal.ru/site/rmc/fgos> (дата обращения 10.10.17).
3. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий: пособие для учителя / А. Г. Асмолов, Г. В. Бурмен-ская, И. А. Володарская и др.; под ред. А. Г. Асмолова. – М.: Просвещение, 2011.
4. Шкерина Л. В. Критериально-базисный подход у оцениванию универсальных учебных действий школьников при обучении математике// Вестник КГПУ. – 2016. – №2. – С. 28–31.

ФОРМИРОВАНИЕ КОММУНИКАТИВНЫХ И ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УУД УЧАЩИХСЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «ПЕРВООБРАЗНАЯ И ИНТЕГРАЛ»

Е.А. Гомзякова

г. Красноярск, КГПУ им. В.П. Астафьева

Аннотация: современные общеобразовательные учреждения нацелены на формирование у обучающихся комплекса универсальных учебных действий, заявленных в стандартах общего образования. Перечислен ряд коммуникативных и познавательных действий, формирующихся при изучении в 11 классе раздела «Интегральное исчисление». Приведены примеры заданий на их формирование.

Ключевые слова: обучение; УУД; познавательные и коммуникативные действия; первообразная; определенный интеграл.

FORMATION OF COMMUNICATIVE AND COGNITIVE UUD STUDENTS ON THE EXAMPLE OF THE THEME «ANTIDERIVATIVE AND INTEGRAL»

E.A. Gomzyakova

Krasnoyarsk, KSPU named after V.P. Astafjeva

Abstract: modern educational institutions aimed at the formation of students' complex of universal educational actions stated in the standards of General education. Lists a number of communicative and cognitive actions, in study in the 11th grade section «Integral calculus», as well as examples of tasks on their formation are reduced.

Keywords: training; universal educational actions; cognitive and communicative activity; antiderivative; definite integral.

Основной задачей современного образования является формирование у обучающихся универсальных учебных действий (УУД), среди которых выделяют регулятивные, познавательные и коммуникативные. Поэтому при изучении каждой темы школьного курса математики необходим комплекс заданий, направленный на развитие и формирование перечисленных действий.

Рассмотрим раздел «Первообразная и интеграл», изучаемый в старших классах средней школы и предполагающий формирование у обучающихся представлений о базовых понятиях интегрального исчисления, вычислении простейших табличных интегралов и нахождении площадей некоторых плоских фигур и объемов тел вращения [2], [3]. Выделим основные общеучебные познавательные УУД, которые можно развивать у учащихся в ходе изучения данного раздела: анализ учебного текста, поиск и выделение необходимой информации из таблиц, схем, диаграмм и рисунков [1].

Формированию у обучающихся выпускных классов перечисленных познавательных УУД будет способствовать использование на уроках математики следующих заданий. Например:

- 1) Дан график первообразной функции $y = F(x)$ (рис.1).

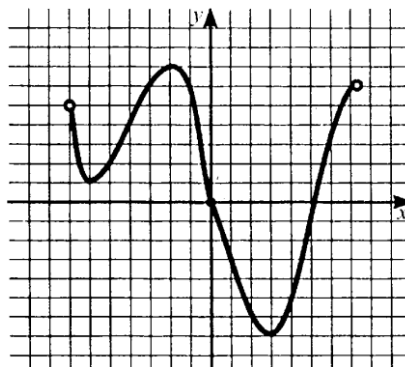


Рис. 1

Выполните задание:

1. Определите количество точек, в которых функция $y = f(x)$ равна 0.
2. Определите количество точек с целыми значениями абсцисс, в которых функция $y = f(x)$ положительна.
3. Определите числовые промежутки, на которых функция $y = f(x)$ принимает отрицательные и положительные значения.
4. Определите числовые промежутки, на которых первообразная функции $y = F(x)$ возрастает и убывает.
5. Расскажите и объясните основные правила, которые использовались для решения каждого пункта этого задания.

2) Дан график функции (рис.2).

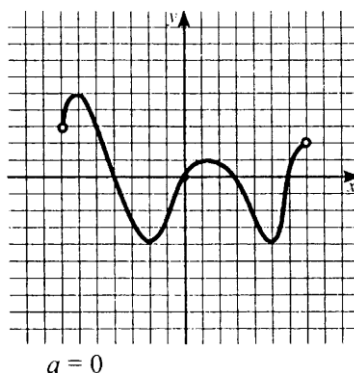


Рис. 2

Выполните задание:

1. Определите количество экстремумов первообразной функции $y = F(x)$.

2. Определите количество точек, в которых коэффициент касательной, проведенной к графику первообразной функции $y = F(x)$, равен 0.

3. Определите точку, в которой касательная к графику первообразной функции $y = F(x)$, имеет наименьший угловой коэффициент.

4. Определите, в каких точках график первообразной функции $y = F(x)$ имеет касательные, параллельные оси абсцисс.

5. Расскажите и объясните основные правила, которые использовались для решения каждого пункта этого задания.

3) Дан график функции (рис.3).

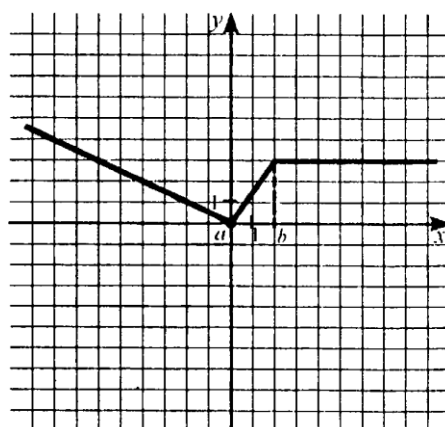


Рис. 3

1. Вычислите $\int_a^b f(x)dx$.

2. Вычислите $\int_{-1}^a f(x)dx$.

Используя определение первообразной функции и ее свойства, свойства определенного интеграла и его геометрический смысл, на основе изучения данных по графикам первообразной функции $y = F(x)$ и функции $y = f(x)$ (рис.1, рис.2 и рис.3) обучающиеся находят неизвестные величины и параметры, оформляют решение, производят анализ полученного решения и доказывают его правильность перед сверстниками.

Также для успешного изучения основ интегрального исчисления на уроках математики в старших классах возможно использование различных проектных задач и задач творческого характера. В ходе их выполнения

реализуется формирование не только познавательных, но и ряда коммуникативных УУД: выражение своих мыслей в устной форме; выражение своих мыслей в письменной форме; применение ИКТ для выражения своих мыслей.

Примеры задач проектного типа:

1) Петя и Ваня в одно и то же время вышли из школы и через час были у себя дома. Скорость, с которой шел Ваня, задается формулой $v(t) = \frac{1}{t+3}$ (км/ч), а Петя – $v(t) = \frac{1}{3t-5}$ (км/ч). Чей путь будет наибольшим / наименьшим?

2) Маша отправилась в магазин за конфетами. Ее путь до магазина занял два часа при скорости ее движения $v(t) = \frac{1}{(2[t+3])^2}$ (км/ч). Сделав покупки, девочка пошла домой другой дорогой. В этом случае ее путь со скоростью $v(t) = \frac{5}{(t-2)^2}$ (км/ч) занял 1 час. Какой путь оказался наименьшим: от дома до магазина или от магазина до дома Маши?

Перед тем, как приступить к выполнению проектного задания, учащиеся на уроке вспоминают определения понятий из физики: «путь», «скорость тела», «время движения», связь между ними, выраженную в виде формулы. Затем ученики узнают новый способ нахождения пути движения тела, содержащий определенный интеграл. Проектное задание, нацеленное на применение полученного знания, учащиеся выполняют, разделившись на группы, состоящие из 3 – 4 человек. Задачи выполняются по следующему алгоритму, который предлагает учитель для получения итогового результата проектного задания:

- 1) составить краткую схему условия задачи, рисунок к задаче с использованием ИКТ;
- 2) составить план решения задачи;
- 3) оформить решение задачи по составленному плану;
- 4) подготовить сообщение рассказа решения задачи перед классом.

На решение и оформление задачи отводится ровно 10 минут, после чего один из участников группы рассказывает всему классу условие своей задачи и объясняет ее решение. Остальные участники реализуют проверку решения, зарабатывая для своей группы дополнительные баллы. Учитель оценивает работу каждого ученика и выставляет баллы группе за правильную и полную реализацию всех пунктов алгоритма. Также в основную оценку защиты проектного задания входит и самооценка участников образовательного процесса, в результате которой каждый ученик кратко сообщает о новых для него понятиях, формулах, о трудностях, возникших в процессе выполнения проектного задания.

Таким образом, использование при изучении темы «Первообразная и интеграл» заданий, приведенных выше типов, позволит реализовать формирование заявленных в Федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования выделенных коммуникативных и познавательных УУД [4].

Список литературы

1. Асмолов А. Г. Проектирование универсальных учебных действий в старшей школе // Национальный психологический журнал. – 2011. – №1 (5). – С. 104–110.
2. Колягин Ю. М. Алгебра и начала анализа. 11 класс: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни. – М.: Просвещение, 2010. – 336 с.
3. Никольский С. М. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни. – М.: – Просвещение, 2009. – 464 с.
4. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования от 17 декабря 2010 г. №1897. – Режим доступа: <http://минобрнауки.рф/документы/938> (дата обращения 12.10.2017).

ФОРМИРОВАНИЕ РЕГУЛЯТИВНЫХ УУД ПРИ ИЗУЧЕНИИ ЛИНИИ «УРАВНЕНИЯ» У УЧАЩИХСЯ 5–7 КЛАССОВ

Д.В. Ляудина

Красноярский край, с. Кучерово, «Кучеровская СШ»

Н.А. Сиделева

Красноярск, МАОУ СОШ № 151

А.В. Федченко

Канск, МБОУ СОШ № 26,

Красноярск, КГПУ им. В.П. Астафьева

Аннотация: рассматриваются примеры заданий, направленных на формирование регулятивных УУД обучающихся основной школы при изучении линии «Уравнения».

Ключевые слова: *регулятивные УУД; решение задач; проблемные задачи; самоконтроль.*

THE FORMATION OF REGULATIVE SKILLS WHILE STUDYING OF THE "EQUATION" LINE FOR SCHOOLCHILDREN OF 5–7 GRADES

D.V. Lyaudina, N.A. Sideleva, A.V. Fedchenko

Kuchерово, «Kuchеровskaya school»,

Krasnoyarsk, School № 151,

Kansk, School № 26,

Krasnoyarsk, KSPU named after V.P. Astafjev

Abstract: research examines examples of tasks aimed at the formation of schoolchildren regulatory skills at the basic school while studying the line «Equations».

Keywords: *regulatory UUD; of problems solving; problem tasks; self-control.*

Перемены, происходящие в современном обществе, требуют ускоренного совершенствования образовательного пространства, определения целей образования, учитывающих государственные, социальные и личностные потребности и интересы [1].

Не вызывает сомнения то, что в современной школе образовательный процесс должен быть организован так, чтобы учащиеся не только овладели

основами наук, но и развивались как личности. Какие бы педагогические технологии при этом ни были избраны, успех, в конечном счете, будет зависеть, очевидно, от той деятельности, которую школьники выполняют, от успешности протекания их мыслительного процесса, от уровня их активности, организованности, сформированности общеучебных способов деятельности.

В последние 5–7 лет появилось большое количество публикаций, посвященных формированию универсальных учебных действий в процессе обучения. В этих работах, как правило, рассматривается некоторый перечень групп действий, составляющих УУД, раскрывается их суть и предлагаются конкретные задания, способствующие их формированию [2].

В данной работе рассмотрим развитие регулятивных умений по *управлению* учебной деятельностью (исполнение плана / самоконтроль / волевые усилия) при изучении темы «Уравнения». Одним из наиболее эффективных учебных заданий на развитие таких умений является текстовая задача, так как работа с ней полностью отражает алгоритм деятельности по достижению поставленной цели.

Приведенные ниже задания 1 и 2 относятся к типу заданий, способствующих развитию умения осуществлять контроль своих действий на пути к результату.

Задание № 1. «Найди ошибку»

При выполнении данного задания перед учащимися стоит главная цель: найти ошибку или доказать, что её нет.

1) $x + 315 = 887$,

$$x = 887 - 315,$$

$$x = 572.$$

2) $y + 92 = 144$,

$$y = 144 + 92,$$

$$y = 236.$$

3) $x - 215 = 115$,

$$x = 215 - 115,$$

$$x = 100.$$

$$4) x - 47 = 247,$$

$$x = 247 + 47,$$

$$x = 294.$$

$$5) 371 - x = 47,$$

$$x = 371 - 47,$$

$$x = 324.$$

$$6) 100 - x = 63,$$

$$x = 100 - 63,$$

$$x = 163.$$

Задание № 2. Заполни пропуски при описании алгоритма решения уравнения: $(56 - y) + 38 = 44$.

Решение.

$$(56 - y) + 38 = 44,$$

$$(56 - y) = 44 - 38,$$

$$56 - y = 6,$$

$$y = 56 - 6,$$

$$y = 50.$$

1) $(56 - y)$ – это первое слагаемое, 38 – это второе слагаемое, 44 – это _____. Чтобы найти неизвестное слагаемое, нужно _____, _____ получаем, $(56 - y) = 44 - 38$.

2) 56 – это уменьшаемое, y – это _____, 50 – это _____. Чтобы найти неизвестное вычитаемое, нужно _____.

3) Находим разность двух десятичных _____. Чтобы вычесть десятичные дроби, нужно:

уравнять в этих _____;

записать их друг под другом так, _____;

выполнить вычитание, не обращая _____;

поставить в ответе запятую под _____.

4) Записываем ответ, $y =$ _____.

Ниже представлены задания 3 и 4, направленные на формирование умений работать по плану (действовать по алгоритму), сверять свои действия с целью и при необходимости исправлять ошибки самостоятельно.

Алгоритм решения задач с помощью уравнения

1. Прочитать текст задачи, выделить условие и вопрос. Определить объекты и ввести числовые характеристики.

2. Наглядно записать числовые характеристики объектов задачи. Условие задачи можно представить в виде таблицы, рисунка или схемы.

3. Определить, какие величины рассматриваются в задаче. Ввести буквенное обозначение для неизвестной.

4. Выразить другие величины через неизвестную.

5. Определить соотношение между величинами и составить уравнение.

6. Решить уравнение.

7. Истолковать найденное значение.

8. Ещё раз прочитать вопрос задачи. Что требовалось найти? Если ответ на вопрос найден, перейти к п. 9, иначе – осуществить необходимые дополнительные действия в соответствии с условием задачи.

9. Выполнить проверку.

10. Записать ответ.

Задание № 3. Решите задачу, используя алгоритм решения задач с помощью уравнения.

На уборке урожая до обеда собрали картофеля на 340 кг больше, чем после обеда. Сколько картофеля собрали до обеда и сколько после обеда, если после обеда собрали в 2 раза меньше? [3].

Задание № 4. Решите задачу, используя алгоритм решения задач с помощью уравнения.

Саша любит решать задачи. За 4 дня он смог решить 24 трудные задачи. В каждый следующий день он решал на две задачи больше, чем в предыдущий. Сколько задач решил Саша в каждый из дней? [3]

Решение проблемных задач курса математики, как правило, связано с затруднением в выполнении нового задания, которое должно способствовать самостоятельному поиску учащимся решения задачи на основе имеющихся у него знаний об алгоритме действий. Учащийся должен поставить при этом цель, спланировать свою деятельность и оценить результат, проверив его.

Задание № 5. Решить задачу, составив новый алгоритм.

Ответьте на вопрос: В чём отличие нового алгоритма от алгоритма, использованного в задачах из заданий 3 и 4?

Летела стая гусей, а навстречу им ещё один гусь, который говорит: «Здравствуйте, сто гусей». А ему отвечают: «Нас не сто гусей, а меньше. Если бы нас было столько, да ещё столько, да ещё половина этого количества, да ещё четверть нашего количества, и ты, гусь, тогда нас было бы сто гусей». Сколько гусей было в стае?

При решении данной задачи учащиеся не могут действовать по алгоритму решения задач через уравнение, поскольку вместо введения переменной нужно вводить конкретное число.

При решении приведенных выше задач на уроках математики у учащихся формируются умения управлять и контролировать свою учебную деятельность. Из вышесказанного можно сделать следующие выводы. В процессе обучения математике можно успешно формировать регулятивные УУД, что способствует достижению главной цели современной системы образования: научить учащихся учиться и достигать новых вершин знания для дальнейшего саморазвития.

Список литературы

1. Асмолов А.Г. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действий к мысли. – М.: Просвещение, 2010.
2. Шкерина Л.В. Критериально-базисный подход к оцениванию универсальных учебных умений школьников при обучении математике // Вестник КГПУ. – 2016, № 2. – С. 28–31.

3. Решение задач с помощью уравнений. Методическая копилка МБОУ «Морозовская школа». – Режим доступа: <http://s06005.edu35.ru/metodicheskaya-kopilka/vfntvfnbrf/149-pflfxb-yf-cjcnfdktybt-ehfdytybq> (дата обращения 8.10.17).

НАГЛЯДНАЯ ГЕОМЕТРИЯ КАК СТУПЕНЬ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Г.Г. Шеремет, А.В. Курбанова

Пермь, ПГППУ

Аннотация: рассмотрены определения понятия «пропедевтика», существующие подходы к пропедевтике систематического курса геометрии, в том числе и наглядная геометрия. Приведены принципы, которым должен удовлетворять курс наглядной геометрии.

Ключевые слова: *пропедевтика; наглядная геометрия; геометрия; принципы курса.*

VISUAL GEOMETRY AS A STEP OF GEOMETRIC EDUCATION

G.G. Sheremet, A.V. Kurbanova

Perm, PSHPU

Abstract: definitions of the concept «propaedeutics», existing approaches to the propaedeutics of the systematic course of geometry, including visual geometry, are considered. The principles that the course of visual geometry should satisfy are given.

Keywords: *propaedeutics; visual geometry; geometry; princioes of course.*

Сложность геометрии как предмета обусловлена многими причинами, в числе которых некоторые методисты выделяют недостаточную реализацию непрерывного геометрического образования. К последней мы относим недостаточное изучение досистематического курса геометрии.

Рассмотрим определения понятия «пропедевтика» и существующие подходы к пропедевтике систематического курса геометрии. В словарях находим следующие определения.

Пропедевтика (греч. propaideio – предваряю) – сокращенное изложение какой-либо науки в систематизированном виде, т. е. подготовительный,

вводный курс в какую-либо науку, предшествующий более глубокому и детальному изучению соответствующей дисциплины [2].

Пропедевтика – введение в какую-либо науку [3, С. 687].

Пропедевтика (от греч. *propaideuo* – предварительно обучаю) – введение в какую-либо науку, предварительный вводный курс, систематически изложенный в сжатой и элементарной форме [4, С. 549].

В целом, приведенные определения имеют один и тот же смысл: пропедевтика – это вводный курс, который обладает следующими свойствами:

- курс предваряет систематическое изучение какой-либо науки, выполняя подготовительную функцию;
- курс может представлять собой сокращенное изложение или изложение в элементарной форме.

В школе такими пропедевтическими курсами для различных научных дисциплин, отдельных теорий и методов исследования являются школьные предметы. Они должны иметь завершенный характер, и включать два этапа обучения: во-первых, прохождение вводного курса, во-вторых, систематическое изучение понятий, фрагментов теории и ее приложений.

Согласно П.А. Карасеву [1] существует два метода преподавания геометрии в школе: 1) дедуктивный метод, который имеет значительный минус – не учитывает психических особенностей детей, 2) наглядная геометрия (или пропедевтика).

Значимость и обоснование второго метода П.А. Карасев связывает с тем, что еще задолго до Евклида геометрические сведения, являющиеся началами учения о законах пространства, основывались на непосредственном опыте и наблюдении, а выводы делались на основании простой наглядности. Этот метод интуитивного и непосредственного опытного усвоения геометрических законов, тесно связанный с практикой построения и измерения геометрических форм, более отвечает особенностям детской психики с ее остротой восприятий, с активным воображением, с памятью главным образом моторного и зрительного типа, но еще со слабо развитым логическим мышлением. Такой

путь ознакомления с началами геометрии, дающий возможность накопления и использования геометрических сведений при помощи интуиции и опыта, называется интуитивной или наглядной геометрией [1, С. 12].

Таким образом, П.А. Карасев возможным досистематическим изложением геометрии называет наглядную геометрию. Отбор содержания и методика курса наглядной геометрии, по его мнению, должны соответствовать следующим принципам:

1) план и программы преподавания наглядной геометрии должны зависеть, как от содержания, так и от психологических особенностей детского возраста, а также от общей целевой обстановки работы школы;

2) основными методическими принципами построения курса наглядной геометрии должны быть наглядность и конкретность его преподавания, максимальность количества практических упражнений конструктивного и чертежного характера;

3) в основу преподавания должен быть положен индуктивный метод, основанный на наглядном и практическом изучении конкретных фактов и последующем их обобщении, с последующим отказом от дедуктивно-логического метода доказательства геометрических положений;

4) построение курса и метод его преподавания должны идти в развитии геометрического мышления от простого к сложному, от конкретного к отвлеченному;

5) движение должно стать важнейшим фактором как создания геометрических форм, так и уяснения их свойств;

6) в учебной работе необходимо задействовать все виды памяти обучающихся: зрительную, моторную, слуховую;

7) необходимо отказаться от заучивания определений, правил и др. Вместо этого необходимо вводить «живое описание» детьми своих наблюдений, подмеченных геометрических свойств объектов;

8) главным критерием усвоения геометрии должно быть умение (умение построить фигуру, описать ее построение и др.).

Согласно П.А. Карасеву, курс наглядной геометрии должен быть обеспечен необходимыми наглядными пособиями (наборы геометрических деталей, набор моделей отрезков, измерительные приборы и т.д.). Он должен сопровождаться наглядным интуитивным методом преподавания.

В дальнейшем идею пропедевтического курса наглядной геометрии реализуют авторы учебников «Математика: Наглядная геометрия. 5–6 класс» (И.Ф. Шарыгин, Л.Н. Ерганжиева) [6] и «Наглядная геометрия» (Т.Г. Ходот, А.Ю. Ходот) [5]. Содержание учебников данных авторов направлено на развитие геометрической интуиции, пространственного воображения, логического мышления и изобразительных навыков учащихся. Оно готовит обучающихся к успешному усвоению систематического курса геометрии средней школы. Этому способствует, во-первых, стиль изложения материала, а во-вторых, художественное красочное оформление учебников.

В данное время существует большое количество авторских курсов учителей, которые в различной степени используют материалы вышеизложенных авторов. Это программа «Наглядная геометрия для 5–6 классов» (Л.А. Мосенкова), «Введение курса наглядно-практической геометрии как пропедевтики систематического курса геометрии» (А.Г. Белоусова), «Наглядно-практическая геометрия для учащихся 5–6 классов» (С.В. Кириллова) и др.

Однако какова бы ни была наполняемость курса наглядной геометрии необходимо, что бы основной целью изучения геометрии на досистематическом этапе было создание широкого круга представлений о геометрических объектах, их свойствах и основных фактах геометрии, развитие пространственного воображения, геометрической зоркости и навыков моделирования геометрических объектов. В 5–6 классах учащийся должен накопить значительный запас геометрических знаний в виде фактов, понятий, свойств, способов действий с геометрическими объектами, которые в 7–9 классах он будет приводить в систему, выстраивать в теорию, основанную на аксиоматическом методе и дедукции. Эту цель возможно реализовать в ходе изучения обучающимися курса наглядной геометрии.

Список литературы

1. Карасев П.А. Элементы наглядной геометрии в школе. / П.А. Каган. – М.: Учпедгиз, 1955. – 206 с.
2. Краткий словарь философских терминов. – Режим доступа: <http://nenuda.ru/%D0%%BE%D0%B2.html> (дата обращения: 27.04.2017).
3. Ожегов С.И. Толковый словарь русского языка: ок. 100000 слов, терминов и фразеологических выражений / Под ред. проф. Л. И. Скворцова. – М.: Оникс. 2012. – 1376 с.
4. Ушаков Д.Н. Толковый словарь современного русского языка. – М.: Аделант, 2013. – 800 с.
5. Ходот Т.Г. Математика: наглядная геометрия: учеб. для учащихся 5 кл. общеобразоват. учреждений / Т.Г. Ходот, А.Ю. Ходот. – М.: Просвещение, 2007. – 143 с.
6. Шарыгин И.Ф., Ерганжиева Л.Н. Математика: Наглядная геометрия. 5-6 кл.: учебник. – М.: Дрофа, 2015. – 189 с.

РАЗВИТИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ В ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

В.Л. Пестерева

Пермь, ПГГПУ

Аннотация: обоснован выбор проектной деятельности для развития самостоятельности учащихся основной школы. Выделены этапы обучения школьников индивидуальному проектированию в процессе обучения математике. Представлена методика организации проектной деятельности, способствующая развитию школьников.

Ключевые слова: *самостоятельность действий; самостоятельность деятельности; индивидуальный проект; мотивация; учебные и проектные задания.*

DEVELOPMENT OF PUPILS INDEPENDENCE DURING PROJECT ACTIVITIES

V.L. Pestereva

Perm, PSPU

Abstract: the choice of tackling project activity for the development of the independence of students in the main school is justified. The stages of teaching pupils to individual projection in the process of teaching mathematics are singled out. The methodology of organization of project activities, contributing to the development of schoolchildren is presented.

Keywords: *independence of actions; independence of activity; individual project; motivation; training and project assignments.*

В последнее время в обществе произошли существенные изменения. Россия вышла на путь рыночных отношений. Изменился и социальный заказ общества к образованию. Если раньше тоталитарной государственной системе нужен был человек-исполнитель, выполняющий указания «сверху», то теперь он должен обладать значительно большей, чем раньше, мерой свободы и ответственности. Сегодня актуализируется проблема развития у учащихся самостоятельности и способности к самореализации.

Отличительной чертой современных исследований в отечественной психологии и педагогике является их ориентация на построение целостной теоретической модели личности и концепции её развития. По этим направлениям существуют различные научные позиции. В них обращается внимание на то, что свойства личности формируются в **деятельности** (Л.С. Выготский, С.Л. Рубинштейн, А.Н. Леонтьев и др.), которая может осуществляться на разных уровнях её иерархии: операционном, тактическом и стратегическом. А.М.Новиков дает им развернутую характеристику [3]. Выделим из нее лишь часть информации. На первом (операционном) уровне осуществляются лишь отдельные технологические операции.

На втором (тактическом) уровне человек способен выполнять полный технологический процесс, успешно исследуя всю совокупность наличных средств и способов деятельности для решения текущих задач в изменяющихся условиях. Здесь необходимы умения планировать действия и деятельность, владение общими алгоритмами рационального построения действий и их последовательности и т.д.

На третьем (стратегическом)– человек ориентируется в окружающей его среде, самостоятельно определяет место и цели собственной деятельности, владеет, в том числе и её предыдущими уровнями и т.д.

Соответственно в методической литературе выделены следующие виды самостоятельности школьников: операционная, самостоятельность действий и самостоятельность деятельности [5]. Покажем, что индивидуальное ученическое проектирование содержит часть элементов деятельности тактического и стратегического уровней.

Структура ученического проекта может быть различной. Мы считаем, что она включает проблему, средства ее решения, ожидаемые результаты, иногда план действий. Приведем пример.

Проект «Векторный метод решения геометрических задач».

Проблема: Я успешен в изучении математики, если знаю ее методы, умею их использовать. Мы начали изучать еще один – векторный. Говорят, он эффективней. Пока не убежден. Хочется разобраться, кто прав.

Средства решения:

- систематизация теоретических сведений по теме;
- знакомство с дополнительной литературой по теме;
- решение задач по теме «Векторы» различными методами;
- составление подборки задач, успешно решаемых векторным методом;
- консультации.

Ожидаемые результаты:

1. Повышение уровня умения решать геометрические задачи с помощью векторного метода.
2. Приобретение опыта решения одной задачи разными методами и умения сравнивать их эффективность.
3. Написание реферата.
4. Сообщение в классе об эффективности использования векторного метода для решения геометрических задач.

В процессе разработки проектов школьники учатся формулировать проблему и цели, выбирать средства решения выстраивать свои действия, планировать и т.д. В этой связи предоставляется возможность формировать у учащихся те элементы самостоятельности, которые необходимы им для осуществления деятельности не только на операционном и тактическом уровнях, но даже и стратегическом. Особенно когда речь идет о развитии такой мотивационной сферы школьника, которая побуждает его желания и потребности самостоятельного изучения учебного материала, желания решать возникающие проблемы и т.д. В этом случае речь уже идет об обеспечении

элементов такого вида самостоятельности школьников как самостоятельность деятельности.

Существуют различные приемы организации проектной деятельности. В частности, показываются некоторые примеры проектов, выполненных другими школьниками, и предлагается разработать свой проект. При этом проблемы формулируются школьниками по аналогии. То есть создаются условия для формирования лишь операционной самостоятельности, в лучшем случае – для развития самостоятельности действий.

Если мы предложим ученику проблему или совместно ее сформулируем, то она может его не заинтересовать, не стать мотивом его дальнейшей проектной деятельности. Самым сложным, но очень необходимым, с нашей точки зрения, является создание учителем условий для выделения школьниками некоторого противоречия и фиксации его в виде проблемы. У ученика может появиться вопрос, который, несмотря на все усилия, не хочет «вытряхиваться» из головы и заставляет культурно-ценностным образом самоопределиться в возникшем проблемном поле [2, с. 7].

Следующий этап характеризуется тем, что фиксируется набор знаний, который может быть использован для решения проблемы, анализируются результаты работы на предыдущих этапах и выделяются эффективные средства решения похожих ситуаций и т.д.

Затем каждый проектант проходит стадию защиты проекта, где в режиме открытого обсуждения автор предьявляет свою проблему, показывает ее значимость, прежде всего для себя, для своих сверстников. После защиты проекта разворачивается работа по его реализации. На следующей, заключительной стадии проходит презентация полученных материалов.

Такая технология требует значительной консультационной поддержки учителя, а потому к проектной деятельности привлекается лишь небольшая группа учащихся.

Мы предлагаем четыре этапа обучения школьников разработке индивидуальных проектов: 1) формирование отдельных действий; 2) овладение

системой действий в групповом режиме (организации и проведение уроков – проектов); 3) выполнение проектных заданий; 4) разработка школьниками проектов.

На первом этапе полезно начинать с использования проблемного обучения.

Так современный урок изучения нового знания содержит следующие этапы:

1. Проверка домашнего задания.
2. *Мотивация учебной деятельности.*
3. Актуализация знаний.
4. *Создание проблемной ситуации.*
5. *Формулировка проблемы, постановка учебной задачи (цели урока).*
6. *Планирование решения учебной задачи.*
7. *Открытие новых способов действий.*
8. Воспроизведение изученного и его применение в стандартных ситуациях.
9. Самостоятельное выполнение заданий.
10. *Рефлексия.*

Заметим, что большая часть этапов описанного урока, выделенных курсивом (2, 4, 5, 6, 7, 10), в явном или в неявном виде присутствуют в структуре ученического проекта. То есть, в рамках проблемного обучения можно и нужно осуществлять подготовительную работу к выполнению проектной деятельности школьниками 5–6-х классов.

При этом развитие самостоятельности школьников можно осуществлять следующим образом: вначале проблема формулируется учителем, затем совместно со школьниками, далее самостоятельно. Желательно научить детей использовать групповую работу для обсуждения поиска совместно сформулированных проблем, выбора форм представления ими результатов совместной работы.

Кроме того, формирование отдельных действий, входящих в структуру проекта (формулирование проблем, постановка цели, выбор средств решения проблемы, разработка плана действий) можно осуществлять с помощью специальных учебных заданий.

Например, перед изучением темы «Сложение дробей с разными знаменателями» можно предложить следующие задание:

Задание №1. Сложите следующие дроби:

а) $\frac{1}{4} + \frac{2}{4}$; $\frac{5}{7} + \frac{1}{7}$; $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}$

б) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$; $\frac{1}{5} + \frac{1}{4}$; $\frac{1}{6} + \frac{1}{7}$

Если у вас возникла проблема, сформулируйте ее. Что надо сделать, чтобы решить все задания? Какие знания при этом могут потребоваться?

Задание №2. Составьте справочник по теме, предварительно опишите план действий.

Задание №3. Составьте самостоятельную работу по теме.

Какие знания необходимы для ее успешного выполнения? Опишите план составления самостоятельной работы по теме.

Учебные задания решаются вначале совместно, затем в групповой работе, далее самостоятельно.

На втором этапе целесообразно осуществлять формирование системы действий, входящих в структуру проекта, в групповом режиме. Основным средством является урок-проект. Он включает следующие этапы:

1. Создание ситуации для формулирования учащимися проблемы.
2. Фиксация учащимися проблемы, формулирование ими цели.
3. *Выбор средств решения проблемы.*
4. Разработка школьниками плана действий.
5. Реализация плана.
6. Представление полученных результатов и их защита.
7. Рефлексия (соотношение полученных результатов и поставленной цели).

Заметим, что в 5–6-х классах школьники могут выбирать:

- 1) из ранее изученных знаний те, которые помогут решить проблему;
- 2) форму поисковой деятельности (индивидуальную или групповую);
- 3) способ деятельности: а) пользуясь учебником и консультациями учителя;
- б) с помощью учебника; в) консультируясь у учителя; г) самостоятельно и т.д.

Стратегически важно научить школьников выбирать из ранее изученного объема знаний необходимые и применять их для получения новых. Этапа актуализации знаний нет на уроке-проекте.

Школьники вначале учатся выбирать форму поисковой работы, затем способ ее осуществления. В образовавшихся группах они распределяют роли, договариваются о форме представления ожидаемых результатов (устные сообщения без предварительных записей, сообщения с записями на доске или ватмане, сообщения с использованием презентаций и т.д.). Делают первоначальный отбор, из ранее изученных знаний необходимых, пытаются их применить, осуществить дополнительный поиск недостающих сведений. Продолжают решение проблемы, обсуждают полученные результаты, готовятся к их защите.

После приобретения школьниками выше охарактеризованного опыта можно начинать внедрять все этапы урока-проекта в полном объеме, особо обращая внимание на постепенное расширение средств решения проблемы, на создание ситуаций для их выбора, на разработку школьниками предварительного плана действий, на развитие их самостоятельности. *В этом случае происходит становление индивидуальной проектной деятельности школьников.*

На третьем этапе создаются условия для самостоятельного выполнения школьниками проектных заданий. Что такое проектное задание? Обратимся к истории.

В начале XIX века образ жизни фермеров США не позволял их детям регулярно посещать школу. В это время считалось, что практическое обучение является основой подготовки будущих фермеров. Весной и осенью дети привлекались к сельскохозяйственным работам. Поэтому учащиеся получали «домашние проекты», которые состояли из ряда заданий.

В рамках Дальтон-плана для каждого ученика составлялся учебный план, применялась индивидуальная организация учебного материала. Ребенок мог продвигаться в удобном ему темпе и в нужные моменты обращаться за помощью к учителю или кооперироваться с другими учениками. Каждый ученик работал по индивидуальному учебному плану (проекту), составленному им совместно с педагогом. Через определенные промежутки он «защищал» свой проект, т.е. рассказывал о проделанной работе.

Таким образом, проект представлял систему заданий, выполняемых школьником в индивидуальном режиме, результаты, выполнения которых необходимо было защитить. В этой связи интерес представляет разработка проектных заданий, связанных с самостоятельным изучением материала. Этот опыт можно было использовать при организации самостоятельной работы школьников в период закрытия школ на карантин или зимних морозов. Целесообразно разработать проектные задания, представляющие собой систему заданий, направленных на изучение определенной познавательной проблемы. Их выполнение должно завершаться получением школьниками конкретного результата.

Выполнение проектных заданий обогащает опыт школьников в приемах выхода на постановку проблемы (рефлексивные проектные задания), в выборе средств и построения плана действия (система заданий), целеполагания (решения задач заканчивается конкретным результатом) и т.д. Проектные задания можно использовать как оценочное средство мотивации самостоятельной познавательной деятельности школьников, а также уровня готовности ее выполнения.

Интерес представляют опережающие проектные задания по школьному курсу математики, позволяющие школьникам продемонстрировать уровень своих познавательных возможностей.

Важное место занимает приобретение учащимися опыта выхода за границы учебника математики. Для этого успешно используются проектные задания, представляющие два блока: рефлексивный и продвигающий [1]. Выполнение первого дает возможность ребенку выполнить рефлексивное осмысление изученного материала содержания (часть I). С помощью второго блока ученику можно выйти за рамки школьного курса математики (часть II).

Вышесказанное проиллюстрируем на примере проектного задания по теме «Соотношение между сторонами и углами треугольника». В основе его разработки лежат идеи В.М. Заславского [1, с. 33–34].

Проектное задание по теме

«Соотношения между сторонами и углами треугольника»

Часть I

1. «Соотношения между сторонами и углами треугольника как математическая модель»

Задание: составить задачи, приводящие к необходимости использования соотношений между сторонами и углами треугольника. Записать эти соотношения.

2. «Решение треугольников»

Задание: описать в общем виде решение треугольника по двум сторонам и углу между ними; по стороне и прилежащим к ней углам; по трем сторонам. Найти решение треугольника по данным задач, составленных вами.

Рассмотреть использование тригонометрических формул для решения практических задач (проведение измерительных работ): измерения высоты предмета, расстояния до недоступной точки. Составить и решить аналогичные задачи на проведение измерительных работ.

Часть II

1. Ознакомиться с дополнительными теоремами о треугольнике: Чевы, Менелая, Стюарта.

2. Составить или найти в учебнике по 1-2 задачи на использование рассмотренных теорем. Привести подробное решение задач.

3. Выразить свое отношение к практической значимости решения данных задач.

Литература к проектному заданию

1. Атанасян Л.С. Геометрия, 7-9: учеб. для общеобразовательных учреждений / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев. – 13-е изд. – М.: Просвещение, 2003.

2. Баврин И.И. Занимательные задачи по математике / И.И. Баврин, Е.А. Фрибус. – М.: Владос, 1999.

3. Костина З.Н. Практические задачи по математике: пособие для учителя / З.Н. Костина. – М.: Учпедгиз, 1956.

4. Фрейденталь Г. Математика в науке и вокруг нас / Г. Фрейденталь; пер. с нем. Ю.А. Данилова. – М.: Мир, 1977.

5. Школьная программа в таблицах и формулах. Большой универсальный справочник. – 3-е изд. – М.: Дрофа, 2002.

Таким образом, проектное задание включает систему заданий, выполнение которых приводит к получению конкретного результата. При этом вначале указывается тема, в конце – литература.

Если модернизировать вторую часть рассматриваемого проектного задания, то можно разработать серию заданий под общей рубрикой «За страницами учебника математики». Результаты их выполнения школьниками можно успешно обсуждать в рамках школьных научно-практических конференций.

На четвертом этапе учащиеся пытаются разрабатывать проекты самостоятельно. Здесь важно, чтобы учитель, читая лекцию, рассматривал противоречивые точки зрения, создавая ситуации для формулирования самими учащимися познавательных проблем, разрешить которые предлагается самостоятельно на основе предварительного проектирования. Возможна консультационная поддержка педагога.

Практика дает возможность утверждать, что при использовании предложенной методики организации проектной деятельности количество желающих разрабатывать проекты и уровень их самостоятельности возрастает.

Для оценки качества работы школьников полезно разработать критерии. Таким образом, самостоятельность в выборе проблемы изучения того или иного учебного материала, опыт формулирования цели, самостоятельность в планировании своей деятельности, исполнительские действия, ответственность за результат образуют те качества личности выпускника, которые так необходимы ему для дальнейшей адаптации в изменяющемся обществе.

Список литературы

1. Заславский В.М. Математика 7-8: Программа (Система Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова). – М.: ЦПРО «Развитие личности», 1998. – С. 33–34.
2. Краснов С.И., Каменский Р.Г. Введение в проектную деятельность. Гуманитарный подход: учеб.-методическое пособие для организаторов проектной деятельности в образовательных учреждениях и (как исключение) самых «продвинутых» в самостоятельном проектировании старшеклассников. – М.: Ин-т стратегических иссл. в образовании РАО, 2005. – 163 с.
3. Новиков А.М. Методология образования. – М.: Эгвес, 2006. – 488 с.
4. Организация проектной деятельности в современной школе: сб. науч.-метод. тр./Под. ред. В.Л. Пестеревой; Перм. гос. пед. ун-т. – Пермь, 2006. – 160 с.
5. Оспенникова Е.В. Развитие самостоятельности школьников в учении в условиях обновления информационной культуры общества: в 2 ч. Ч. II. Основы технологии развития самостоятельности школьников в изучении физики: монография /Перм. гос. пед. ун-т. – Пермь, 2003. – 245 с.
6. Пестерева В.Л. Урок-проект// Проблемы теории и практики обучения математике: Сборник научных работ, представленных на Международную научную конференцию «69 Герценовские чтения» /Под.ред. В.В. Орлова. – СПб: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2016. – С. 36–38.

ФОРМИРОВАНИЕ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ В 9 КЛАССЕ

В.А. Быкова

Красноярск, МАОУ «Гимназия № 13 «Академ»

Принципиальным отличием образовательных стандартов второго поколения является усиление их ориентации на результаты образования как системообразующий компонент конструкции стандартов.

Системно-деятельностный подход, лежащий в основе разработки стандартов нового поколения, позволяет выделить основные результаты обучения и воспитания и создать навигацию проектирования универсальных учебных действий, которыми должны владеть учащиеся [1].

Понятие «универсальные учебные действия» (УУД) как основной структурный компонент учебной деятельности в контексте современной образовательной парадигмы представляет собой довольно сложный феномен. С одной стороны, это связано с проблемой понимания собственно понятия универсальных учебных действий в научном познании, с другой стороны – с проблемой формирования универсальных учебных действий как субъектной характеристики человека [2].

В Программе развития УУД для основного общего образования выделены три блока универсальных действий: познавательные, коммуникативные и регулятивные. Рассмотрим более подробно их содержание на примере изучения темы «Движения» по геометрии в 9 классе.

Познавательные универсальные учебные действия (ПУУД):

1) выбирать наиболее эффективные способы решения задачи в зависимости от конкретных условий;

2) восстанавливать предметную ситуацию, описанную в задаче, путем переформулирования, упрощенного пересказа текста, с выделением только существенной информации;

- 3) понимать и адекватно оценивать язык средств массовой информации;
- 4) уметь выбирать обобщённые стратегии решения задачи;
- 5) составлять целое из частей, самостоятельно достраивая, выполняя недостающие компоненты.

Коммуникативные универсальные учебные действия (КУУД):

- 1) уметь с помощью вопросов добывать недостающую информацию;
- 2) планировать общие способы работы;
- 3) учиться переводить конфликтную ситуацию в логический план и разрешать ее как задачу через анализ условий;
- 4) адекватно использовать речевые средства для дискуссии и аргументации своей позиции;
- 5) вступать в диалог, учувствовать в коллективном обсуждении проблем;
- 6) регулировать свою деятельность посредством письменной речи.

Регулятивные универсальные учебные действия (РУУД):

- 1) сверять свой способ действия с эталоном;
- 2) сверять способ и результат своих действий с заданным эталоном, обнаруживать отклонения и отличия от эталона;
- 3) ставить учебную задачу на основе соотнесения того, что уже известно и усвоено, и того, что еще неизвестно;
- 4) проектировать маршрут преодоления затруднений в обучении через включение в новые виды деятельности и формы сотрудничества;
- 5) предвосхищать временные характеристики достижения результата (отвечать на вопрос «когда будет результат?»);

Представим фрагмент системы заданий, позволяющей формировать указанные учебные действия в процессе изучения темы «Движения» в 9 классе.

Задание №1 по теме «Отображение плоскости на себя».

Формируемые УУД: ПУУД3, КУУД1, КУУД4, КУУД5, РУУД3.

- 1) Используя сеть интернет, ознакомьтесь с работами голландского графика XX века М. К. Эшера (рис. 1), творчество которого пользуется во всем мире широкой известностью у любителей искусства и науки (ПУУД3, КУУД1).



Рис. 1

2) В чем вы видите связь изучаемой нами темы и данных работ? Аргументируйте свой ответ, подготовив выступление на 3-5 минут (КУУД4).

3) Выслушайте выступления своих одноклассников, задайте интересующие вас вопросы (КУУД5).

4) С помощью интернет - источников познакомьтесь с другими работами этого графика, выберите из них те, где художник использует осевую, центральную симметрию. Пр продемонст рируйте данные работы своим одноклассникам. Расскажите, на каких сайтах вы нашли данные работы (ПУУД3, КУУД1, КУУД4, РУУД3).

Задание №2 по теме «Понятие движения».

Формируемые УУД: ПУУД5, КУУД4, КУУД5.

Предлагаем использовать учителям методику «Интрига темы», механизм работы которой можно выразить формулой: Интерес = Вопросы + Желание получить на них ответы. Обучающимся предлагается ряд вопросов, сформулированных вовсе не математическим языком, «скрывающих» в себе формулировки одного и того же математического понятия.

Рассмотрим пример использования данной методики в рассматриваемой теме. Учитель задает вопросы, ответы на которые связаны с понятием «движение» (ПУУД5):

- «Переход из одного состояния развития в другое состояние развития – это ...»;
- «Изменение положения тела или его части – это ...»;

- «Внутреннее побуждение, вызванное каким-нибудь чувством переживанием – это ... ».

Далее учитель осуществляет фронтальную беседу с классом (КУУД4, КУУД5):

– Что мы видим на слайде? (Ответ: скульптура Дискобола из Древнего Рима (Рис. 2)).

– С чем мы можем связать данную фигуру? Что она символизирует? (Ответ: движение).

– На каких уроках вы встречались с понятием «движение»? (Ответ: на уроках физики, химии, биологии, физической культуры, геометрии, алгебры и информатики).



Рис. 2

Задание №3 по теме «Свойства движения».

Формируемые УУД: ПУУД1, ПУУД2, ПУУД3, ПУУД5, КУУД2, КУУД4, КУУД5, КУУД6, РУУД3, РУУД4, РУУД5.

По данной теме обучающимся предлагается за время урока составить мини-кейс по теме. Метод кейсов заключается в усвоении знаний и формировании умений как результата активной самостоятельной деятельности обучающихся на основе анализа ситуаций. Для использования

кейса представленного ниже необходимы следующие дидактические средства:
Л.С. Атанасян. Геометрия 7–9 классы и теоретический материал по теме.

Инструкция по созданию кейса «Свойства движений»:

1. Ознакомьтесь и проанализируйте теоретический материал по теме, представленный в приложении, а также с материалами учебника (ПУУД3).

2. Распределите роли в своей малой группе для создания кейса, отвечающего своим содержанием представленным ниже пунктам (КУУД2, КУУД6, РУУД4, РУУД5).

3. По результатам анализа создайте конспект данного теоретического материала (ПУУД2, ПУУД5).

4. Для каждого свойства приведите иллюстрирующий данное свойство пример (ПУУД5).

5. Выберите простейшие задачи из учебника, которые, на ваш взгляд, имеют отношение к данной теме, обоснуйте свой выбор (РУУД3, РУУД5).

6. Решите выбранные задачи (ПУУД1, ПУУД4).

7. Защитите свою работу перед другими группами (КУУД4, КУУД5).

Перечисленные выше задания учитель может активно использовать для формирования и измерения познавательных, коммуникативных и регулятивных универсальных учебных действий обучающихся по теме «Движения» в процессе обучения геометрии в 9 классе.

Список литературы

1. Асмолов А.Г., Бурменская Г.В., Володарская И.А. и др. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий: пособие для учителя. – М. : Просвещение, 2011. – 159 с.

2. Теплоухова Л.А. Формирование универсальных учебных действий средствами проектной технологии. Автореферат. – Ижевск, 2012.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИКИ

Е.П. Выгонная, Е.А. Гущина, Е.К. Панькина

Москва, МГПУ

В работе описывается идея группового проекта по экспериментальной проверке некоторых современных технологий обучения математике.

Как известно, наиболее популярными технологиями в обучении математике в отечественной школе были те, что основывались на различных вариантах проблемного и развивающего обучения, в зарубежной – на генетическом подходе [1], конструктивизме Ж. Пиаже и на теории «французской дидактики» [7].

На современном этапе, в связи с возрастанием роли проверок обученности математике в международной и отечественной практике, предъявляются повышенные требования к технологичности обучения.

Наше исследование включает в себя разработку системы обучения отдельным темам курса математики по следующим известным технологиям:

1) технология В.М. Монахова [5]. Она гарантирует освоение базового уровня общеобразовательной программы. Технологическая карта определяет главные вопросы темы, зоны ближайшего развития учащихся и временную продолжительность каждой зоны. Данная технология модифицирует организацию первичного закрепления материала. Общая цель изучения темы разбивается на микроцели, достижение которых проверяется путем диагностики, выносимой на самостоятельную работу;

2) технология адаптивной системы обучения [2]. Потребность в применении данной технологии обусловлена рядом проблем, встречающихся на уроке. Недостаток традиционного урока заключается в отсутствии большой самостоятельности учащихся. Чтобы изменить ситуацию в корне, нужно

изменить саму структуру урока и организовать его таким образом, чтобы учащиеся всегда были в работе и под контролем;

Адаптивная технология меняет роль учителя на уроке. Данное обучение призвано развивать регулятивные универсальные действия учащихся: целеполагание, планирование, прогнозирование, контроль, оценку и саморегуляцию (организация личного времени для прохождения программы, возможное продвижение дальше изучаемой темы), а также коммуникативные: постановку вопросов, взаимообучение (через работу в парах), разрешение конфликтов. Учащиеся самостоятельно работают большую часть времени под контролем учителя и других учащихся;

3) технологии, применяемые в практике «Сингапурской математики» ([8], [9]), а также «открытый подход», разработанный японскими педагогами ([6], [10]). Они зарекомендовали себя благодаря успехам школьников из стран Восточной и Юго-Восточной Азии в международных исследованиях успехов школьников по математике TIMSS и PISA.

Рассматриваемые технологии при соответствующей подготовительной работе учителя в той или иной степени гарантируют результат, но для упрощения работы на уроке и увеличения возможностей как учителя, так и ученика, рекомендуется использовать современные информационные технологии, начиная от поисковиков и заканчивая программами, позволяющими строить модели реальных объектов или графиков функций. Приведем примеры бесплатных математических программ, которые удобно использовать на уроке: Графматика (Graphmatica 2.4), Алгебрус (Algebrus 3.2), GrafEq, MITCalc - Technical Formulas. Особенно полезна программа GeoGebra ([3], [4]). Она позволяет строить 2d и 3d модели геометрических фигур по точкам и координатам, изменять их и одновременно вычислять площади, объемы и другие величины.

Трудность выполняемого нами проекта заключается в сложности применения теоретических положений рассмотренных технологий и подходов

к решению конкретных задач учебного процесса, а также в сложности переноса зарубежных технологий в отечественную практику.

Список литературы

1. Safuanov I.S. The genetic approach to the teaching of algebra at universities // International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. 2005. Т. 36. № 2–3. С. 255–268.
2. Границкая, А. С. Научить думать и действовать: адаптивная система обучения в школе: книга для учителя. – М.: Просвещение, 1991. – 174 с.
3. Громова Е.В., Сафуанов И.С. Обучение понятию функции в основной школе с помощью компьютерных технологий // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия: Информатика и информатизация образования. – 2013. – № 1 (25). – С. 91–98.
4. Громова Е.В., Сафуанов И.С. Применение компьютерной математической программы Geogebra в обучении понятию функции // Образование и наука. – 2014. – № 4 (113). – С. 113–131.
5. Монахов В.М. Технологические основы проектирования и конструирования учебного процесса. – Волгоград : Перемена, 1995. – 152 с.
6. Сафуанов И.С. Открытый подход к обучению математике // Университеты в системе поиска и поддержки математически одаренных детей и молодежи. Материалы I Всероссийской научно-практической конференции. – 2015. – С. 126–130.
7. Сафуанов И.С. Теория и практика преподавания математических дисциплин в педагогических институтах. – Уфа : Магрифат, 1999. – 107 с.
8. Сафуанов И.С., Атанасян С.Л. Математическое образование в Сингапуре: традиции и инновации // Наука и школа. – 2016. – № 3. – С. 38–44.
9. Сафуанов И.С., Поликарпов С.А. «Сингапурская математика»: школьные учебники // Нижегородское образование. – 2016. – № 1. – С. 32–39.
10. Сафуанова А.М., Сафуанов И.С. «Открытый подход» и «исследование уроков» пути совершенствования математического образования // Нижегородское образование. – 2016. – № 2. – С. 146–150.

МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ ГОТОВНОСТИ УЧАЩИХСЯ 5-6 КЛАССОВ К УЧАСТИЮ В ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ КОНКУРСАХ

А.С. Дураева

Орск , МОАУ «СОШ №38»

*Знание только тогда знание, когда оно приобретено усилиями своей мысли,
а не памятью. (Л.Н.Толстой)*

Главная задача политики образования России – обеспечение современного качества образования на основе сохранения его фундаментальности и соответствия перспективным и актуальным потребностям личности, общества и государства. Модернизация общеобразовательной школы предполагает ориентацию образования как на усвоение определенной части знаний, так и на развитие личности. Опора на богатейший опыт российской и советской школы, сохранение лучших традиций математического образования являются важными условиями для повышения качества общего образования. Отметим также, что в настоящее время учителя общеобразовательных школ испытывают нехватку современной методической литературы, предназначенной для работы со способными учащимися 5-6 классов по организации и проведению кружковых занятий, олимпиад по математике. [5]

Несмотря на наличие большого количества литературы, посвящённой интеллектуальным математическим конкурсам, отсутствует единая классификация заданий, которая могла бы помочь учителям ориентироваться в учебном материале.

Большое значение имеет не только само участие в олимпиадах, марафонах, конференциях и т.д., но и подготовка к ним. Грамотно и методично проводимая подготовительная работа способствует развитию познавательного

интереса к математике. Этот вопрос так же недостаточно хорошо освещён в литературе.

Наиболее эффективной формой внеклассной работы по математике являются интеллектуальные математические конкурсы. Это не единовременное мероприятие в отдельно взятой школе, а целая система соревнований [3]. Укажем их основные характеристики.

1. Интеллектуальные математические конкурсы должны захватывать существенный промежуток времени, по возможности – весь учебный год.

2. Интеллектуальные математические конкурсы должны быть массовыми, с тем чтобы любой желающий школьник мог принять в них участие. Причем надо стремиться к тому, чтобы для всех детей были равные возможности, независимо от того, где они учатся: в малой деревне, районном центре или городе.

3. Интеллектуальные математические конкурсы должны носить многоступенчатый характер – от масштаба отдельного класса до объединения нескольких территорий.

Такое построение интеллектуальных математических конкурсов позволяет участвовать в них всем школьникам. При этом выигрывают не только победители, но и участники [1].

Необходимо провести подготовительные мероприятия и всех интеллектуальных математических конкурсов в целом, и отдельных их этапов.

Основные знания и навыки по математике учащиеся 5-6 классов получают на уроках – в рамках действующих учебных программ. Вместе с тем, опытные, творчески работающие учителя стремятся как можно больше наполнить материал уроков интересными сведениями, занимательными задачами и т. д. [4].

Как известно, основной формой обучения в школе является урок. Задача учителя сделать уроки математики интересными. Для этого необходимо на каждом занятии выделять время для решения нестандартных заданий и для дидактических игр. Математические задания, которые привлекательно

оформлены, способствуют развитию интереса к предмету. Это могут быть, например, несложные задания по отработке арифметических навыков. Хотя они и не имеют ярко выраженного развивающего характера, но необычное оформление этих заданий пробуждает у детей желание быть активными на уроке и принимать участие в работе математического кружка. Время урока ограничено, но, тем не менее, возможно выделить 10 – 15 минут на игровые и занимательные задания [2].

Также, для повышения уровня обучаемости подростков, необходима кропотливая и длительная ежедневная работа учителя. В 5–6-х классах нужно уделять время на уроке работе с бумагой, делая акцент на дальнейшее систематическое развитие умений, связанных с работой мелкой моторики рук. В качестве заданий могут использоваться такие методы обучения, как изготовление моделей и разверток многогранников. Так как на обучаемость влияют мотивы обучения, а в 5–6-х классах одним из основных мотивов ребенка является интерес, поэтому на уроке математики постоянно проводятся различные игры, задаются занимательные задания. При этом учитель всегда должен помнить, что детям учиться интересно только в том случае, если при изучении нового материала 50 % информации учащимся известно, а 50 % – нет [2].

Методические рекомендации учителю для подготовки учащихся 5-6 классов при подготовке учащихся к участию в интеллектуальных математических конкурсах:

- делать акцент на теоретическую подготовку школьников по рассматриваемым темам;
- уделять особое внимание нестандартным задачам;
- усилить подготовку учащихся по материалу, не относящемуся к школьной программе;
- выработать педагогическую систему подготовки, прежде чем готовить учащегося к конкурсу, олимпиаде по математике;
- готовить учащихся, изменяя условия типовых задач;
- развивать логическое мышление, алгоритмическую культуру, творческие способности и пространственное воображение обучающихся;

- на уроках и во внеурочное время прививать учащимся исследовательские навыки;

- использовать возможности факультативных занятий, кружковых работ по математике для подготовки к решению интеллектуальных конкурсных задач;

- разбирать тренировочные задания к предстоящему конкурсу, олимпиаде и задания аналогичных мероприятий прошлых лет;

- начать отбор задач заблаговременно. Обычно это задачи, требующие проявления смекалки, самостоятельной мысли, хорошего пространственного воображения, навыков к логическому мышлению, твердого, неформального знания основных понятий и методов школьного курса математики.

Задача учителя математики определяется тем, чтобы учащиеся тех классов, в которых он ведет предмет, смогли использовать те из вышеперечисленных форм подготовки, которые нужны именно им. Учителю важно владеть информацией обо всех формах внешкольной работы, подбирая для учащихся наиболее эффективные, соответствующие их индивидуальному уровню и способностям.

Список литературы

1. Битуова Д.Р. Одаренные дети: проблемы и перспективы // Исследовательская деятельность школьников. – № 3. – 2005. – 157 с.

2. Власова Г.В. Система подготовки учащихся к олимпиадам по математике / Малахова И. В., Гребенькова Н. В., Евстафьева С. А. // Аспекты и тенденции педагогической науки: материалы I Междунар. науч. конф. (г. Санкт-Петербург, декабрь 2016 г.). – СПб.: Свое издательство, 2016. – С. 106-109.

3. Гусев, В.А. Орлов А.И., Розенталь А.Л. Внеклассная работа по математике в 6-8 классах: Книга для учителя. – М. : Просвещение, 1984. – 286 с.

4. Колягин, Ю.Н. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика / Ю.М. Колягин, Г.Л. Луканкин, В.А. Оганесян, В.Я. Санницкий. – М. : Просвещение, 1980. – 367 с.

5. Национальная образовательная инициатива НАША НОВАЯ ШКОЛА. – Режим доступа: http://www.educom.ru/ru/nasha_novaya_shkola/school.php.

ОПЫТ РАЗРАБОТКИ И РЕАЛИЗАЦИИ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 5-6 КЛАССОВ «ФОРМИРОВАНИЕ МОТИВАЦИИ К ЗАНЯТИЯМ МАТЕМАТИКОЙ»

В.А. Литвинова

Орск, МОАУ СОШ № 17

Актуальность разработки общеобразовательной программы «Формирование мотивации к занятиям математикой» обусловлена следующими положениями [1; 2, с. 3383-3387]:

1. Формирование мотивации у учащихся необходимо начинать еще в начальной школе, потому что именно в этот период закладываются многие качества личности, от которых зависит успешность личности в будущем.

2. Необходима направленность современного образования на развитие личности, обладающей качествами: активность, самостоятельность, умение творчески подходить к решению возникающих проблем.

В рамках проводимого нами исследования разработка и апробация рассматриваемой программы, которая ориентирована на формирование мотивации учащихся 5–6 классов к занятиям математикой, проходила в МОАУ СОШ № 17 г.Орска .

В частности, в ходе исследования установлено, что мотивация – это общее название для всех процессов, методов, средств побуждения учащихся к познавательной деятельности, к активному освоению содержания образования. Поэтому организационно-содержательную основу данной программы будет составлять комплекс занятий, направленных на активизацию познавательной деятельности учащихся 5–6 классов в обучении математике.

Модули программы целесообразно разделить по темам, которые соответствуют учебному содержанию предмета:

Натуральный ряд чисел и его свойства. В нем дается представление о натуральном числе, множестве натуральных чисел и его свойствах,

рассматривается изображение на числовой прямой, использование свойств натуральных чисел при решении задач.

Запись и чтение натуральных чисел. Модуль посвящен вопросу о существующих различиях между цифрой и числом.

Сравнение нескольких натуральных чисел. Правила сравнения натуральных чисел друг с другом и с нулём.

Действия с натуральными числами. Правила сложения и вычитания, умножения и деления натуральных чисел, правила записи этих действий, порядок выполнения действий.

Переместительный и сочетательный законы сложения и умножения, распределительный закон умножения относительно сложения.

Правила записи числа в виде суммы разрядных слагаемых, порядок выполнения действий в выражениях.

Деление с остатком. Правила деления с остатком натуральных чисел.

Свойства и признаки делимости. Свойство делимости суммы (разности) на число. Признаки делимости на 2, 3, 4..., 11. Алгоритм разложения числа на множители.

Алгебраические выражения. Использование букв для обозначения чисел, вычисление значения алгебраического выражения, применение алгебраических выражений для записи свойств арифметических действий, преобразование алгебраических выражений.

Делители и кратные. Делитель и его свойства, общий делитель двух или более чисел, нахождение наибольшего общего делителя. Кратное и его свойства, общее кратное двух и более чисел, нахождение наименьшего общего кратного, способы нахождения наименьшего общего кратного.

Дроби (обыкновенные и десятичные). Правила сокращения дроби, перевода в неправильную и смешанную дробь. Действия с обыкновенными и десятичными дробями, правила их выполнения и порядок действий.

Проценты. Понятие процента. Правила нахождения процента от числа и числа по известному проценту, выражение отношения в процентах. Перевод

процента в дробь и перевод дроби в проценты. Решение текстовых задач с использованием понятия процента.

Диаграммы. Различные виды диаграмм. Чтение диаграмм. Составление диаграмм.

Рациональные числа. Положительные и отрицательные числа. Изображение чисел на числовой (координатной) прямой. Сравнение чисел друг с другом и с нулём. Модуль числа. Арифметические действия с рациональными числами и их правила.

Решение текстовых задач. Единицы измерений: длины, площади, объёма, массы, времени, скорости. Зависимости между единицами измерения каждой величины.

Задачи на все арифметические действия. Решение текстовых задач арифметическим способом. Задачи на движение, работу и покупки. Решение текстовых задач на движение в одном направлении, в противоположных направлениях, движение по реке против течения и по течению. Решение задач на совместную работу. Задачи на части, доли, проценты. Решение задач на нахождение части от числа и числа по его части.

Основные методы решения текстовых задач: арифметический, перебор вариантов.

Геометрия. Виды фигур в окружающем мире. Фигуры на плоскости: прямая, отрезок, луч, угол, ломаная, многоугольник, окружность, круг. Четырёхугольник, прямоугольник, квадрат. Треугольник, виды треугольников. Изображение основных геометрических фигур (на клетчатой бумаге и на нелинованной бумаге). Периметр многоугольника. Понятие площади фигуры (площадь прямоугольника, квадрата). Измерение площади фигур на клетчатой бумаге.

Наглядные представления о пространственных фигурах: куб, параллелепипед, призма, пирамида, шар, сфера, конус, цилиндр. Формулы длины окружности, площади круга и объёма шара. Понятие объёма; единицы объёма. Объём прямоугольного параллелепипеда, куба.

Понятие о равенстве фигур. Способы доказательства равенства фигур.
Виды симметрий и их изображение.

Решение практических задач с применением простейших свойств фигур.

По каждому модулю составленной нами программы предполагается разработка и последующая апробация заданий с использованием различных методик формирования мотивации.

Список литературы

1. Шилова З. В. Стимулирование и мотивация учебной деятельности учащихся на уроках математики // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2014. – Т. 16. – С. 61–65.

2. Формирование мотивации к занятиям математикой у учащихся 5-6 классов: Перспективы. Университетский комплекс как региональный центр образования, науки и культуры: материалы Всероссийской научно-методической конференции. 1-3 февраля 2017 года, г. Оренбург. – Оренбург, ОГУ. – 2017. – С.3383–3387.

ФОРМИРОВАНИЕ КОММУНИКАТИВНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ СРЕДСТВАМИ ИГРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

М.В. Меньшикова

Железногорск, КГБОУ «Железногорский кадетский корпус»,
Красноярск, КГПУ им. В. П. Астафьева

Перемены, происходящие в современном обществе, требуют ускоренного совершенствования образовательного пространства, определения целей образования, учитывающих государственные, социальные и личностные потребности и интересы. В связи с этим приоритетным направлением становится обеспечение развивающего потенциала новых образовательных стандартов [1].

В последние 5–7 лет появилось большое количество публикаций, посвященных формированию универсальных учебных действий в процессе обучения. В этих работах, как правило, рассматриваются суть и некоторый перечень групп действий, составляющих УУД, предлагаются конкретные задания, способствующие их формированию [4].

Одной из основных задач, поставленных перед общеобразовательной школой федеральным образовательным стандартом второго поколения, является формирование у обучающихся комплекса надпредметных (метапредметных) действий, в который в обязательном порядке входит и умение налаживать эффективное коммуникационное взаимодействие [5].

Коммуникативные универсальные учебные действия входят в состав социальной компетентности и способствуют пониманию позиции других людей, партнеров по общению или деятельности, умению слушать и вступать в диалог, участвовать в коллективном обсуждении проблем, интегрироваться в группу сверстников и продуктивно взаимодействовать и сотрудничать со сверстниками и взрослыми. Поэтому перед учителем предстает важная методическая задача: формирование коммуникативных универсальных учебных действий средствами своего предмета [2]. На уроках математики в качестве средств формирования таких действий можно использовать игровые технологии (дидактические игры). Вовлечение обучающихся в процесс освоения математических знаний и умений посредством решения проблемы в условиях, заданных учебной деловой игрой, способствует формированию целого комплекса метапредметных умений [3].

В соответствии с ФГОС ООО к коммуникативным универсальным учебным действиям относятся:

- планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками — определение цели, функций участников, способов взаимодействия;
- постановка вопросов — инициативное сотрудничество в поиске и сборе информации;

- разрешение конфликтов – выявление, идентификация проблемы, поиск и оценка альтернативных способов разрешения конфликта, принятие решения и его реализация;
- управление поведением партнера — контроль, коррекция, оценка его действий;
- умение с достаточной полнотой и точностью выражать свои мысли в соответствии с задачами и условиями коммуникации;
- владение монологической и диалогической формами речи в соответствии с грамматическими и синтаксическими нормами родного языка [ФГОС ООО, 2010].

Рассмотрим примеры дидактических игр, которые формируют некоторые из этих действий.

1. В процессе изучения темы «Координатная плоскость» в 6 классе обучающимся можно предложить следующую групповую игру «Морской бой». На магнитной доске рисуется система координат, на которой магнитами крепятся различные фигуры кораблей разных цветов (корабли можно заменить цветными кружочками). К каждой команде обучающиеся делятся на «наводчиков» и «стрелков». Чтобы снаряд попал в цель, «наводчик» должен сообщить учителю координаты цели. Участники команды должны согласиться с координатами или же помочь скорректировать их, после того как вся команда согласна с выбранными координатами, производится выстрел. Цель считается пораженной, если координаты корабля названы правильно, после чего фигурку снимают. Побеждает команда, у которой лучшие «наводчики» и «стрелки».

При проведении данной дидактической игры учитель формирует коммуникативное универсальное действие – управление поведением партнера. Обучающиеся учатся контролировать действия сверстников, корректируют его выбор координаты (если это требуется), оценивают действия соперника.

2. Для закрепления темы «Координатная плоскость» можно рекомендовать еще одну игру «Охотник». Класс делится на две команды, одна команда играет за «охотника», вторая за «волка». Для игры на доске чертится

координатная плоскость, на ней в начале координат размещают два магнита разных цветов. К доске поочередно выходят по представителю от команды, игру начинает обучающийся из команды «охотников». Обучающиеся подбрасывают игральную кость, тем самым определяются координаты, на которую встает фишка. В каком направлении двигаться, решает сам обучающийся (вправо или влево, вверх или вниз). Представитель от команды «волков» должен учитывать положение «охотника», и стараться не попасть в ту же координату, иначе он попадется и команда проиграет. Также на координатной плоскости можно расставить ловушки, при попадании в которые «волк» проигрывает. За игрой следит весь класс, и представителям у доски могут помогать члены команды. После одного хода выходят новые «охотник» и «волк».

При проведении описанной выше дидактической игры учитель формирует коммуникативные универсальные действия: управление поведением партнера, умение с достаточной полнотой и точностью выражать свои мысли в соответствии с задачами и условиями коммуникации. Обучающиеся учатся контролировать действия сверстников, оценивают действия соперника. Также они вступают в диалог между участниками группы и аргументируют свои действия по передвижению фишки в зависимости от расположения фишки противников.

Таким образом, на каждом этапе игры обучающиеся вступают в коммуникацию между собой в разных ее формах. Организация такой работы в процессе обучения математике позволит формировать коммуникативные учебные действия, вовлекать в деятельность всех учащихся, приобретать навыки применения математических знаний на практике [2].

Список литературы

1. Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе: от действия к мысли: пособие для учителя / А.Г.Асмолов. – М.: Просвещение, 2008.
2. Меньшикова М.В. Формирование коммуникативных универсальных учебных действий на уроках математики; Современная математика и математическое образование

в контексте развития края: проблемы и перспективы: материалы II Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и школьников. Красноярск, 18 мая 2017 г. / отв. ред. М.Б. Шашкина; ред. кол.; Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П.Астафьева. – Красноярск, 2017. – С. 163–169.

3. Тумашева О.В., Абрамова Е.В. Учебная деловая игра в процессе обучения математике // Вестник Оренбургского государственного университета, 2016. – № 2. – С. 62 – 66.

4. Шкерина Л.В. Критериально-базисный подход к оцениванию универсальных учебных умений школьников при обучении математике // Вестник КГПУ. – 2016. – № 2. – С. 28-31.

5. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. – Режим доступа: http://минобрнауки.рф/документы/938/файл/749/10.12.17-Приказ_1897.pdf (дата обращения 11.10.2017).

МОТИВАЦИЯ УЧЕБНО-ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ 5-6 КЛАССОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Е.С. Паршакова

Пермь, ПГГПУ

В концепции развития математического образования Российской Федерации одной из актуальных на современном этапе выделена проблема формирования учебной мотивации обучающихся. Ее отсутствие приводит к снижению их успеваемости, значит учителю важно владеть эффективными методами, средствами и приемами, позволяющими активизировать учебную деятельность школьников, развивать у них интерес к предмету. Поэтому наше исследование посвящено формированию мотивации учебно-познавательной деятельности учащихся 5–6-х классов при обучении математике.

Анализ исследований В.В.Давыдова [2] и собственный педагогический опыт позволяют выделить несколько причин, которые снижают положительное отношение к учебному процессу учащихся 5–6-х классов.

1. У учащихся появляются внеучебные интересы, исчезает новизна учения как вида деятельности. Учебная деятельность теряет свой ведущий

характер. Общение со сверстниками к 7-му классу становится настолько важным для учеников, что отодвигает на второй план учение и значительно уменьшает привлекательность общения со взрослыми.

2. В практике основного звена, как правило, происходит изменение принципов обучения, по которым строился учебный процесс в начальной школе (научность, фундаментальность). Повышается нагрузка по учебным предметам, изменяются требования к учебно-познавательной деятельности, связанные с переходом учащихся из начальной школы в среднее звено обучения (определение понятий, доказательство утверждений).

3. Отношения между учителями и учеником становятся более поверхностными и менее личностными. Обучающимся приходится искать пути для самореализации, самоутверждения в новых образовательных условиях. Неспособность учащегося сохранить свой статус в классном коллективе, построить отношения с новыми учителями по образцу взаимоотношений с педагогом начальных классов, не позволяет детям в полной мере реализовать свой интеллектуальный потенциал.

Понятие «мотивация» условно можно определить как побуждение к действию. В своих исследованиях Л.И. Божович [1] утверждала, что учебно-познавательная деятельность полимотивирована – она порождается и направляется разными мотивами. В своих исследованиях А.К. Маркова [3] классифицирует мотивацию на внутреннюю и внешнюю. Внешние мотивы – мотивы, реализующие непознавательную (социальную по классификации) потребность, не связанные с получением знаний. Внутренние мотивы – мотивы, реализующие познавательную потребность, связанные с усваиваемыми знаниями и выполняемой деятельностью.

Приведем примеры некоторых приемов и методов мотивации учащихся к учебно-познавательной деятельности на уроках математики.

1. «Отсроченная отгадка» – приём, направленный на активизацию мыслительной деятельности учащихся на уроке, который формирует следующие умения:

- анализировать и сопоставлять факты;
- определять противоречия;
- находить решение имеющимися ресурсами.

Данный приём можно предложить в начале урока – учитель читает загадку, отгадка к которой будет открыта на уроке при работе над новым материалом. Или данную загадку можно дать в конце урока, чтобы начать с неё следующее занятие.

Пример. Тема «Обыкновенные дроби».

Древние мудрецы утверждали: «Музыка математична, а математика музыкальна». Что же связывает математику и музыку?

(В ходе урока обучающиеся узнают, что с помощью обыкновенных дробей определяют длительность нот)

2. «RAFT – технология» – это приём, который заключается в описании, повествовании или рассуждении от имени выбранного персонажа. «Исполнитель» роли должен учитывать и все обстоятельства, в которые попадает его персонаж.

Название приёма произошло от первых букв слов. R – role (роль) A – audience (аудитория) F – format – (форма) T – topic (тема).

Данный приём способствует эффективному погружению учащегося в предметное содержание. Приобретённые знания помогут ему импровизировать, выстраивать и анализировать свои действия в формируемых обстоятельствах, давать нравственную оценку событиям и личностям.

Пример. Тема «Треугольник».

R – роль	A – аудитория	F – форма	T – тема
Треугольник	Учащиеся 7 класса	Стих, монолог, сказка, песня и т.д.	- свойства равнобедренного треугольника; - прямоугольный треугольник и т.д.

3. «Развивающий канон» – приём, основанный на типе логически-поисковых заданий. Имеется некая элементарная конструкция, где элементы (слова, символы, рисунки и т.д.) связаны скрытым логическим смыслом. Один из элементов не известен. Требуется найти алгоритм составления конструкции и неизвестный элемент.

Пример. Даны три слова, первые два находятся в определенных отношениях. Найдите четвертое слово, чтобы оно с третьим было в таких же отношениях

Слагаемое – Сумма = Множитель –?

Круг – Окружность = Шар – ?

Прямоугольник – Плоскость = Куб – ?

Приёмы и методы повышения мотивации универсальны и могут использоваться на разных этапах урока. При этом можно изменять сложность и глубину содержания заданий.

Список литературы

1. Божович Л.И. Личность и ее формирование в детском возрасте (Психологическое исследование). – М.: Просвещение, 1968. – 464 с.
2. Давыдов В.В. Психологические проблемы процесса обучения младших школьников. – М.: Международная педагогическая академия, 1994. – 160 с.
3. Маркова А.К., Матис Т.А., А.Б. Орлов. Формирование мотивации учения: кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1990. – 192 с.

ФОРМИРОВАНИЕ УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ УЧАЩИХСЯ 5-6 КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ РЕАЛИЗАЦИИ ОБЩЕРАЗВИВАЮЩЕЙ ПРОГРАММЫ «ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ»

Е.П. Шестопалова

Орск, ОГТИ

Проблема формирования учебно-исследовательских умений учащихся, в том числе при обучении математике, значима в настоящее время [1; 2; 3], актуальность ее определяется созданием возможности для развития индивидуальности каждого учащегося.

Учебно-исследовательская деятельность – это вид деятельности учащихся, связанный с решением задачи, не имеющей известного для них метода решения. Такая деятельность предполагает наличие нескольких основных этапов, характерных для исследования в научной сфере.

В 5–6-х классах дети впервые по-настоящему сталкиваются с ситуацией свободного выбора, постепенно учатся планировать свои действия и двигаться к осуществлению замысла. Оценка учебно-исследовательских умений в этот период носит, скорее, иллюстративный характер. О формировании ответственного проектного действия говорить еще рано. Главный образовательный результат – умение различать виды работ и виды ответственности за них.

Разработанная общеразвивающая программа «Исследование задач по математике» ориентирована на создание условий для самореализации учащихся в процессе развития учебно-исследовательских умений учащихся 5-6 классов. Ее задачами являются:

- 1) приобщение учащихся к работе с математической литературой;
- 2) обучение школьников выделению и осмыслению логических приемов мышления;
- 3) развитие учебно-исследовательских умений, образного и ассоциативного мышления.

В процессе изучения программы «Исследование задач по математике» учащиеся открывают для себя новые образовательные продукты, посредством чего происходит развитие их творческих умений и способностей; развиваются качества важные для личностного роста индивида: предприимчивость, способность к обдуманному риску, уверенность в себе, высокая работоспособность.

После изучения программы ожидаемым результатом является создание учеником учебного проекта на основе применения полученных математических знаний при решении задач и использовании дополнительной литературы.

Структурой общеразвивающей программы является определение темы, целей и задач учебного проекта, его создание и последующее участие в конкурсе проектов (таблица 1).

Таблица 1

Календарно-тематическое планирование занятий по программе «Исследование задач по математике»

№ п/п	Раздел, название темы в поурочном планировании.	Примерная дата проведения	Приме чание
<i>Создание учебного проекта</i>			
1	Определение темы, целей и задач проекта.		
2	Обсуждение вопросов и предложений по проекту.		
3	Обсуждение вопросов и предложений по проекту.		
4	Обсуждение вопросов и предложений по проекту.		
5	Обсуждение вопросов и предложений по проекту.		
6	Защита проекта.		
7	Участие в конкурсе проектов.		

В таблице 2 представлены данные об участии в конкурсах школьников 5-6 классов с учебными проектами, которые были созданы после изучения общеразвивающей программы «Исследование задач по математике» и способствовали формированию учебно-исследовательских умений учащихся.

Таблица 2

Победители и участники муниципальных конкурсов 2016 г.

Ф.И.	Название конкурса	Результат
Пиванова Маргарита	«Мой мир математики»	Диплом (2 место)
Иванова Валерия	«Мир моих увлечений»	Диплом (3 место)
Селякова Анжелика	«Мой мир математики»	Диплом участника
Проскуряков Кирилл	«Мир моих увлечений»	

Список литературы

1. Обухов, А.С. Развитие исследовательской деятельности учащихся/ А.С. Обухов. – Москва: Национальный книжный центр, 2015. – 280 с.– ISBN 978-5-4441-0060-8.
2. Семенова, Н.А. Исследовательская деятельность учащихся / Н. А. Семенова // Начальная школа. – 2006. – № 2. – С. 45–49.
3. Шестопалова Е.П. Проблема формирования учебно-исследовательских умений учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике Е. Шестопалова // Университет и школы: образовательный кластер. – 2016. – №19. – С. 3591.

РАЗДЕЛ 4. КОМПЬЮТЕРНЫЕ И ИНТЕРАКТИВНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

ИНТЕРАКТИВНЫЕ МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ЭКОНОМИЧЕСКОМ ВУЗЕ

В.В. Логинова, Е.Г. Плотникова

Пермь, НИУ ВШЭ

Аннотация: обосновывается необходимость использования интерактивных методов обучения математическим дисциплинам в экономическом вузе. Рассмотрена работа студентов в малых группах при решении профессионально ориентированных и исследовательских задач как интерактивный метод обучения, способствующий активизации познавательной деятельности студентов и формированию их профессиональных компетенций.

Ключевые слова: *обучение математике в вузе; интерактивные методы обучения; работа студентов в малых группах.*

INTERACTIVE METHODS TRAINING MATHEMATICS IN THE ECONOMIC UNIVERSITY

V.V. Loginova, E.G. Plotnikova

Perm, NRU HSE

Abstract: the necessity of using interactive methods of teaching mathematical disciplines in an economic institution is justified. The work of students in small groups in solving professionally oriented and research problems is considered as an interactive method of teaching that contributes to the activation of students' cognitive activity and the formation of their professional competences.

Keywords: *teaching mathematics in the university; interactive methods of teaching; work of students in small groups.*

В современной высшей школе важнейшим направлением совершенствования фундаментальной и профессиональной подготовки студентов является внедрение интерактивных методов и форм обучения,

способствующих переходу от когнитивного к деятельностному подходу, соединению теоретических знаний с их практической реализацией. В соответствии с требованиями Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования в бакалавриате удельный вес интерактивных занятий должен составлять от 10% до 30%. Содержание и используемые методы обучения на таких занятиях определяются особенностями учебной дисциплины, целями ее изучения.

В педагогической литературе «интерактивное обучение» трактуется как способ познания, ориентированный на доминирование активности студентов, осуществляемый во взаимодействии студентов как с преподавателем, так и друг с другом. При этом задачами преподавателя являются: создание условий для активизации инициативной деятельности студентов; общая организация и руководство процессом взаимодействия обучаемых; урегулирование возникающих нестандартных ситуаций; контроль времени, порядка и выполнения намеченного плана работы; необходимое консультирование [4]. Интерактивные методы обучения подразделяются на игровые (деловая игра, ролевая игра, психологический тренинг и др.) и неигровые (анализ конкретных ситуаций, групповые дискуссии, мозговой штурм и др.), они могут использоваться на лекционных, практических, семинарских занятиях [5].

Математические дисциплины занимают особое место в системе профессиональной подготовки студентов в экономическом вузе. В настоящее время очевидна необходимость математизации экономических дисциплин, поскольку математические методы из вспомогательного средства превратились в основной инструмент исследования различных экономических процессов. Математический аппарат является языком изложения экономических законов, соотношений величин и их связей. Кроме того, изучение математики способствует умственному развитию и воспитанию студентов. Таким образом, для успешной профессиональной деятельности будущим экономистам необходимы фундаментальные математические знания и умения применять эти знания на практике.

Результат изучения математических дисциплин (получение фундаментальных знаний, развитие умений, приобретение навыков, формирование позитивного отношения к профессиональной деятельности) во много зависит от активного и сознательного взаимодействия студентов в процессе обучения математике. Такое взаимодействие может быть реализовано при организации работы студентов в малых группах для решения объемных математических, профессионально ориентированных и исследовательских задач [1; 2; 3].

Групповая работа студентов организуется по-разному: все участники группы могут быть равноправны, или же между участниками осуществляется распределение обязанностей – «ролей». Если участники группы равноправны, то решение поставленной задачи, анализ и корректировка результатов выполняются группой сообща. Такая групповая работа способствует развитию коммуникативных навыков и позволяет более эффективно участвовать в занятии «незаметным» студентам. Если группы формируются с распределением «ролей», то тогда каждый участник решает строго определенные задачи и несет полную ответственность за свою часть работы.

Формирование групп осуществляется или преподавателем, или студентами. Если группы формируются по желанию самих студентов, то у них появляется возможность «примерить» на себя понравившуюся «роль», прочувствовать ее достоинства и недостатки, задуматься, какие сложности возникают у каждого участника группы, оценить собственную работу и работу группы в целом, что является важным элементом профессиональных умений будущего специалиста. Если же группы формирует преподаватель, случайным образом осуществляющий распределение обязанностей, то каждый участник может оказаться в абсолютно новой для себя «роли», которая, на первый взгляд, может показаться ему неподходящей и неинтересной. Однако и этот опыт студенту не будет лишним и также позволит оценить компоненты и проблемы будущей профессиональной деятельности.

По характеру взаимодействия участников и способу формирования можно выделить три вида деятельности студентов в малых группах: группы формируются преподавателем, при этом решение поставленной задачи, анализ и корректировка результатов осуществляется группой коллегиально; группы формируются преподавателем, который также осуществляет распределение «ролей» среди участников; группы формируются по желанию студентов, с самостоятельным распределением «ролей».

Работа студентов в малых группах с распределением «ролей» организуется нами при обучении математике студентов-менеджеров в Национальном исследовательском университете – Высшая школа экономики (г. Пермь). Поскольку основу будущей профессии студентов-менеджеров составляет готовность к осуществлению организационно-управленческой деятельности, то «роли» определяются в соответствии с будущими профессиональными функциями: «руководитель», «помощник руководителя», «аналитик №1», «аналитик №2», «аналитик №3», «наблюдатель».

«Руководителю» каждой группы преподаватель ставит задачу и выдает данные, характеризующие некоторый экономический процесс. Ставится цель: построить экономическую модель задачи, решить ее оптимальным способом, провести экономическую интерпретацию исходных данных и полученного результата.

«Руководитель» изучает поставленную задачу, а затем представляет ее своей группе, определяет фронт работ каждого участника, фиксирует обязанности и сроки выполнения. По ходу решения задачи «руководитель» осуществляет контроль, мотивировку и коррекцию рабочего процесса. На заключительном этапе защищает работу перед преподавателем и остальными группами, при этом несет полную ответственность за результат.

«Помощник руководителя» после представления задачи составляет детальный поэтапный план решения, проводит анализ литературы (лекций, учебников, учебно-методических пособий, интернет источников). На основе этого анализа представляет краткий список необходимой литературы

с указанием ссылок на соответствующие разделы. Если возникает необходимость, то «помощник руководителя» подключается к работе любого участника группы.

«Аналитик №1» изучает предоставленную «помощником руководителя» информацию, составляет черновой вариант решения задачи, с необходимыми комментариями, замечаниями, предложениями, рассуждениями.

«Аналитик №2» знакомится с предварительным решением «аналитика №1», а затем детально его прорабатывает, но если решение считает неверным, то возвращает его на доработку с соответствующими замечаниями. На заключительном этапе «аналитик №2» формулирует выводы и оценивает полученное решение.

«Аналитик №3» знакомится с проделанной работой, если необходимо, то отправляет решение на доработку с подробными замечаниями. Кроме того, «аналитик №3» исследует альтернативные решения и выбирает наиболее оптимальное, а если альтернативные решения отсутствуют, то окончательно оформляет работу и отчитывается перед «руководителем».

«Наблюдатель» фиксирует все положительные и отрицательные моменты выполненной работы, оценивает деятельность каждого члена группы в процессе решения поставленной задачи, а после защиты работы знакомит участников группы со своими замечаниями. В роли «наблюдателя» может выступать как студент учебной группы, так и ведущий дисциплину преподаватель или его ассистент, а также независимый эксперт, например, преподаватель соответствующей экономической дисциплины.

Этапы решения профессионально ориентированных и исследовательских задач в малых группах, соответствуют этапам реализации организационно-управленческой деятельности: выявление проблемы, подлежащей решению; планирование и прогнозирование результата; сбор и анализ информации; разработка и исследование альтернативных решений; принятие организационно-управленческих решений в процессе групповой самостоятельной работы; оценка эффективности принятых решений. Таким

образом, в процессе поэтапного решения профессионально ориентированных и исследовательских задач, наряду с достижением целей обучения математике, развиваются организационно-управленческие компетенции будущих менеджеров, формируется готовность будущих выпускников к дальнейшей профессиональной деятельности.

Итак, групповая работа студентов при обучении математике является действенным интерактивным методом обучения. Совместная деятельность студентов в группе означает, что каждый вносит свой особый индивидуальный вклад в общий результат, при этом в процессе взаимодействия идет обмен знаниями, идеями, способами решения. Групповое решение профессионально ориентированных и исследовательских задач способствует осознанию значимости учебного материала для будущей профессиональной деятельности, что является мотивирующим фактором, способствующим активизации познавательной деятельности студентов при изучении математических дисциплин.

Список литературы

1. Калинин С.И., Ястребов А.В. Избранные вопросы математического анализа и методики его преподавания: деятельностный аспект. – Киров: Издательство «Радуга-ПРЕСС», 2015. – 257с.
2. Логинова В.В. Групповая самостоятельная работа при обучении математике как средство формирования профессиональных компетенций студентов вузов // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. – 2015. – № 4 (88). – С. 149–156.
3. Логинова В.В., Плотникова Е.Г. Самостоятельная работа в малых группах при обучении математике в вузе // Педагогика. – 2016. – № 10. – С. 54–59.
4. Панина Т.С., Вавилова Л.Н. Современные способы активизации обучения. – М.: «Академия», 2008. – 176 с.
5. Реутова Е. А. Применение активных и интерактивных методов обучения в образовательном процессе вуза. – Новосибирск: Изд-во, НГАУ, 2012. – 58 с.

МЕТОД ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МЕСТ ТОЧЕК И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ К РЕШЕНИЮ ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ ТЕХНИКИ

А.Е. Малых, В.В. Иванова

Пермь, ПГГПУ

Аннотация: представлен метод геометрических мест точек и его применение с использованием компьютерной техники.

Ключевые слова: *геометрические места точек; компьютерная техника; исторические сведения; циссоида; кардиоида; лемниската; декартов лист; задачи на построение.*

THE LOCUS OF POINTS METHOD AND IT APPLICATION TO DECISION OF PLANE GEOMETRICAL PROBLEMS WITH USING OF COMPUTERS TECHNOLOGY

A.E. Malykh, V.V. Ivanova
Perm, PSHPU

Abstract: the locus of points method, its application with using of computers technology is represented. Application to decision of problems on construction is shown.

Keywords: *locus of points; computer technology; historical knowledge; cissoid; cardioid; lemniscate; decarto sheet; constructive problems.*

Понятие геометрического места точек (ниже ГМТ) играет значительную роль в курсе аналитической геометрии, при решении задач на построение, в ряде теоретических и прикладных наук, машиностроении, металлообрабатывающей промышленности и т. д.

ГМТ называется фигура, которая состоит из всех точек, имеющих некоторое свойство, в то же время не содержит других точек. ГМТ – важное понятие геометрии, которое широко используется при изучении механики, аналитической геометрии и других дисциплин. В задачах на ГМТ используется идея движения [5]. В геометрии чаще всего фигура задается с помощью свойств, которыми обладают все точки этой фигур. Такую фигуру называют

ГМТ, обладающим данным свойством. Свойство точек, с помощью которого задается та или иная геометрическая фигура, называется характеристичной свойством точек этой фигуры. Характеристичной особенностью многих кривых может быть кинематический способ их образования [10].

Введение термина ГМТ приписывают древнегреческому философу и ученому Аристотелю (384–322 до н.э.), который представлял себе линию как некое «место», в котором могут быть размещены точки. В академии Платона, в связи с решением задач на построение, выработалось понятие «о геометрическом месте точек», как о непрерывном ряде точек, которые удовлетворяют определенному условию. Ученики Платона (427–348 до н.э.) и он сам, считали, если построение выполняется при помощи циркуля и линейки, то оно является геометрическим. Если использовались другие чертежные инструменты в процессе построения, тогда построение не считалось геометрическим [7].

Задачи на построение состоит решать при помощи четырех этапов: анализа, построения, доказательства, исследования. В свою очередь, создание чертежа–наброска и поиск плана решения – это анализ; построение – фактическое построение чертежа; логическим необходимым этапом, предполагающим доказательство правильности рассуждений является доказательство; завершающим этапом, устанавливающим различные случаи, которые могут быть при построении, выяснение числа решений задачи, условий существования искомой фигуры, является исследование, благодаря исследованию, решению придается общность и полнота [9].

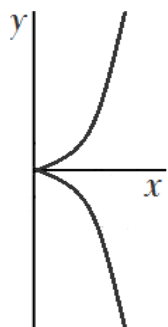


Рис. 1

Кривые, координаты которых в прямоугольной системе координат описываются алгебраическим уравнением, также представляют ГМТ. Подобные кривые могут иметь одну, две или три бесконечные ветви.

Циссоиду впервые исследовал Диокл (240 – 180 до н.э.) – греческий математик. Древние греки, рассматривали лишь часть циссоиды (рис. 1), которая лежит внутри производящей окружности; эта

её часть и дуга окружности напоминают лист плюща. Французский математик Ж. Роберваль в 1640 г. воспроизвел циссоиду в современном виде [1].

Лемниската Бернулли чертеж – повязка, лента. «Лемнискатой» в Древней Греции на спортивных играх называли бантик, прикрепляющий венок к голове победителя. Швейцарский математик Я. Бернулли (1654–1705), положил начало изучению лемнискаты, поэтому данный вид лемнискаты назван

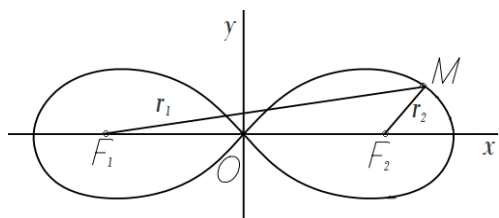


Рис. 2

в его честь.

В 1694 г., Я. Бернулли в работе, которая была посвящена теории отливов и приливов, использовал линию в качестве вспомогательного средства, которую он задает уравнением $(x^2 + y^2)^2 = 2c^2(x^2 - y^2)$. Он назвал эту линию «лемниском» и отметил сходство этой линии с узлообразной повязкой и цифрой 8 (рис. 2). В 1718 г., лемниската получила широкую известность, когда Джулио Карло Фаньяно (1682–1766), итальянский математик, установил, что интеграл, который представляет длину дуги лемнискаты, не имеет выражения через элементарные функции.

Лемниската есть частный вид линии Кассини. Однако, хотя линии Кассини получили всеобщую известность с 1749 г., тождественность «восьмерки Кассини» с лемнискатой Бернулли была установлена лишь в 1806 г.

Лемниската есть ГМТ N , для которых произведение расстояний от двух фиксированных точек F_1 и F_2 это постоянная величина. Точки F_1 , F_2 – фокусы лемнискаты.

Р. Декарт (1596–1650) широко пользовал кинематический способ образования линий, в противоположность древним математикам, ввел в геометрию движение и положил его в основу учения о кривых [6]. Уравнение кривой впервые исследовал Р. Декарт в 1638 г., но он построил лишь петлю в первом координатном угле, где ГМТ принимают положительные значения.

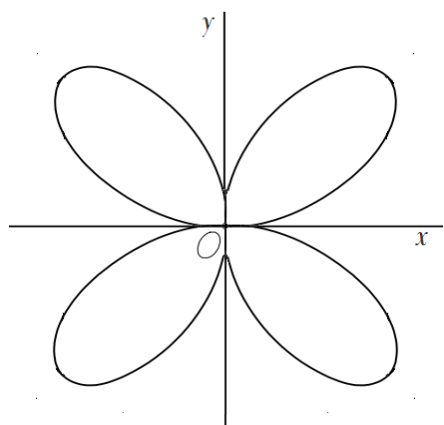


Рис. 3

Р. Декарт предполагал, что во всех четырёх координатных четвертях петля повторяется симметрично, напоминая четыре лепестка цветка. В то время кривую называли – *цветок жасмина* (рис. 3). Эту кривую впервые в современном виде представил Х. Гюйгенс (1629–1695) в 1692 г.

«Геометрия» Р. Декарта, изданная вместе с его «Рассуждением о методе» (1637) в качестве третьего приложения выработанного им метода научного исследования, сыграла в развитии аналитической геометрии значительно большую роль, чем «Введение в изучение плоских и телесных мест» П. Ферма (1601–1665). По ней и по ее латинскому переводу, изданному вместе с различными поясняющими и развивающими ее работами других авторов, изучали новую алгебру и геометрию все крупные математики второй половины XVII в., включая И. Ньютона (1643–1727) и Г. Лейбница (1646–1716). Координатный метод Р. Декарта тот же, что и П. Ферма, но изложение аналитической геометрии во многом отличается. Оно менее систематическое, т.к. разбросано по всем трем книгам «Геометрии», далеко не всегда идет от более простого к более сложному, но изложение богаче, как общими идеями, так и конкретными примерами, видно уже из только что приведенных отрывков.

Существенным преимуществом Р. Декарта явилось употребление усовершенствованной им алгебраической символики и развитого им же «исчисления отрезков», позволившего отказаться от неудобного принципа однородности буквенной алгебры Ф. Виета (1540–1603).

Р. Декарт полагал, что общим методом математического исследования является алгебра, притом, единственным, и в связи с этим ограничил класс плоских кривых, изучаемых в геометрии как общей науке измерения линиями, которые называет геометрическими. Изучение остальных механических кривых производится вне области геометрии с помощью тех или иных специальных

приемов. Данной Р. Декартом кинематической характеристике геометрических линий соответствует важная теорема кинематики механизмов, принадлежащая А. Кемпе (1876): при помощи плоских шарнирных механизмов, в которых движения начальных звеньев полностью определяют движения остальных, можно описывать дуги любых плоских алгебраических кривых и нельзя описать ни одной трансцендентной. Несколько далее Р. Декарт в прямолинейных координатах выражает алгебраическими уравнениями геометрические линии, характеризуя их чисто математически: [11].

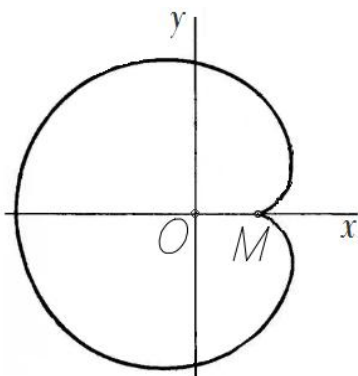


Рис. 4

Впервые встречается в трудах французского учёного Луи Карре (1705) понятие – *кардиоида* (рис. 4). В 1708 г. Филипп де Ла Ир открыл кривую независимо и выполнил «спрямление», т.е. вычисление длины кривой. Джованни Сальвемини ди Кастиллоне в 1741 г. дал название кривой. Голландский математик Й. Коерсма (1741) описал кардиоиду, также независимо. В дальнейшем к кривой многие видные математики XVIII-XIX вв. проявляли интерес.

ГМТ рассматриваются в курсе школьной геометрии (серединный перпендикуляр отрезка, биссектриса угла, окружность, сфера и т.п.), однако в последние годы, к сожалению, им уделяется все меньше и меньше внимания. Именно поэтому совершенствование методики изучения данной темы, подбор нестандартных, интересных задач были и остаются актуальными вопросами математической дидактики.

Решение задач на нахождение ГМТ по их характеристическому свойству связано с деятельностью, которая по своему характеру похожа на решение проблемных ситуаций. Последние же, как известно, требуют активной умственной деятельности учеников, освоения ими специальных действий, которые включают элементы поиска, абстрагирование, особой подвижности и динамичности пространственных представлений и пространственного воображения детей [5].

У школьников трудности в становлении пространственных отношений, оперировании пространственными образами преобладают над трудностями по представлению форм или величины объекта или его образа. Одним из перспективных путей решения этой проблемы является использование компьютерной техники на уроках математики. В частности, целесообразно использовать педагогические программные средства как один из видов наглядности. Моделируя геометрические фигуры на экране компьютера, ученик постепенно накапливает достаточно конкретных геометрических представлений для того, чтобы превратить процесс решения геометрической задачи в мысленное моделирование. При создании образа можно использовать контролирующую функцию программных средств: ученики проверяют с помощью программы правильность созданного образа. Такое использование компьютера в учебном процессе позволяет максимально способствовать активизации познавательной деятельности учащихся.

Рационально организованная компьютерная поддержка нахождения ГМТ дает значительный педагогический эффект, поскольку позволяет расширить возможности индивидуализации обучения, сократить время и повысить качество подготовки учителя к уроку.

Компьютер и информационные технологии – в геометрических исследованиях очень полезные инструменты. С их помощью экспериментально можно обнаружить новые геометрические формы, которые вызовут интерес – человеку останется эти факты доказать [5].

Метод ГМТ, также встречающийся в школьных учебниках, не представлен полно. Трудности, возникающие при обучении решению задач данным методом, связаны с ограниченностью времени их изучения, небольшим количеством задач, предлагаемых учебниками геометрии, и отсутствием эффективной методики обучения. При изучении математики в связи с этим (в качестве эффективной методики) особую значимость приобретает выделение обобщенного приема решения задач на построение методом ГМТ и его целенаправленное формирование.

Впервые предприняли попытку выделить общие приемы решения задач на построение на плоскости методом ГМТ О. Епишева и В. Крупич [10], к сожалению, авторы описали только два этапа— анализ и построение. Прием, который бы охватывал все 4 этапа методом ГМТ, а также относился к стереометрическим задачам, сформулирован не был. Кроме того, проблема формирования сформулированного приема не рассматривалась.

Задачи на построение, позволяющие описать окружность данного радиуса из данного центра (решаются чаще всего с помощью циркуля), позволяющие проводить прямые линии (решаются чаще всего с помощью линейки), – это классические задачи евклидовой геометрии. Если имеется доказательство, что в результате получена фигура с требуемыми свойствами и указан способ построения фигуры, то задача считается решенной.

Программа по геометрии, которая является действующей, в качестве руководящей идеи школьного курса геометрии не предполагает использования идеи геометрических преобразований, хотя при решении задач на построение использование геометрических преобразований играют большую методическую роль [3].

На первом этапе решения задач на построение раньше рекомендовалось контролировать, чтобы обучающийся хорошо усвоил данные условия задачи, прочитывая текст задачи трижды. После внедрения информационных технологий в процесс обучения, задачу на построение обучающийся может прочитать один раз, так как при выполнении чертежа в электронном виде, он обращается к тексту регулярно, осуществляя поэтапно поиск решения.

Ученик должен обладать всеми знаниями, полученными ранее, при выполнении анализа, так как процесс поиска решения усложняет их отсутствие. Применение программных средств, позволяет избежать пробелов в знаниях теоретического материала. Даже с минимальным объемом знаний обучающийся может найти способ решения, и при поиске усвоить аксиомы, теоремы, свойства самостоятельно.

Рассмотрим работу с задачами на построения ГМТ через программу Автокад.

Суть метода ГМТ состоит в следующем: если некоторая точка x удовлетворяет двум условиям, то строится ГМТ, удовлетворяющие каждому из этих условий, и тогда точка x принадлежит их пересечению.

При необходимости перед рассмотрением примеров можно напомнить учащимся основные ГМТ на плоскости, которые им должны быть известны, в частности: ГМТ, удалённых на заданное расстояние от данной точки (окружность с центром в данной точке и радиусом, равным заданному расстоянию); ГМТ, удалённых на заданное расстояние от данной прямой (пара параллельных прямых, каждая, точка которых находится, на заданном расстоянии от данной прямой); ГМТ, равноудалённых от двух данных точек (серединный перпендикуляр к отрезку, соединяющему эти точки); ГМТ, равноудалённых от сторон угла и лежащих внутри этого угла (биссектриса угла); ГМТ, из которых данный отрезок виден под прямым углом (окружность, у которой данный отрезок является, диаметром, с «выколотыми» концами данного отрезка) [2].

Задача 1 [1].

Найти ГМТ, из которых данный отрезок виден под данным углом.

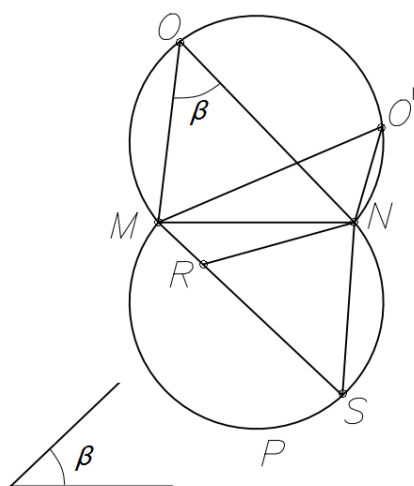


Рис. 5

Анализ. Пусть нам даны отрезок – MN и угол β (рис. 5).

Если O – точка искомого ГМТ, то $\angle MON = \beta$ по условию. Исходя из условия – вспомним теорему о равенстве вписанных углов, которые опираются на одну и ту же дугу: все вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны между собой [8].

Через три точки M, O, N , которые не лежат на одной прямой, проведём окружность, если $0^\circ < \beta < 180^\circ$, тогда для всякой точки O' дуги MON этой окружности (кроме

точек M и N) $\angle MON = \beta$; каждая точка этой дуги также принадлежит искомому ГМТ.

Кроме того, очевидно, все точки (кроме M и N) дуги MPN , симметричной дуге MON относительно прямой MN принадлежат тому же ГМТ, т.к. обладают тем же свойством.

Построение. Строим $\angle NMS$ при конце отрезка MN , который будет равен углу β ; проводим перпендикуляр DO через середину MN и к MS из точки M восстанавливаем перпендикуляр; точку пересечения O этих двух перпендикуляров принимаем за центр и радиусом MO описываем окружность[8].

Доказательство. Требуется доказать, что фигура A , которую мы получили, составили из двух симметричных дуг окружностей, проходящих через точки M и N , действительно представляет искомое ГМТ.

Рассмотрим точки, не принадлежащие этой фигуре:

- предположим, точка R лежит в области, ограниченной фигурой A , то, проводя луч MR (или NR) до встречи с фигурой A в точке S увидим, что $\angle MRN > \angle MSN = \beta$.
- возьмем точку R вне указанной области, тогда получим противоположный результат: $\angle MRN < \beta$.

Итак, ГМТ, из которых данный отрезок виден под данным углом, представляет соединение двух дуг окружностей, проходящих через концы данного отрезка и расположенных симметрично по отношению к этому отрезку. При совпадении точки O с каким-либо концом отрезка MN , $\angle MON$ становится неопределённым, по этой причине точки M и N не следует причислять к этому геометрическому месту.

Исследование. Если угол β прямой, то фигура A обращается в окружность с диаметром MN (без концов этого диаметра). Если угол β равен нулю, то искомым ГМТ является разность между прямой MN и отрезком MN . Если угол β равен 180° , то искомое ГМТ – интервал MN [1].

Задача 2 [1].

Найти ГМТ середин хорд, отсекаемых данной окружностью на прямых, проходящих через данную точку.

Задача 3 [1].

Найти ГМТ, для которых разность квадратов расстояний от двух данных точек есть величина постоянная.

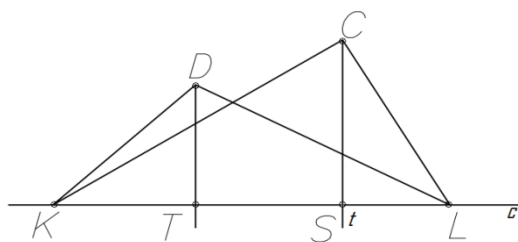


Рис. 7

Анализ. Пусть $KL = c$. Ищем геометрическое место таких точек S , для которых $KS^2 - LS^2 = b^2$, где b – данный отрезок (рис. 7).

Найдём сначала точки прямой KL , обладающие данным свойством. Выберем на прямой KL положительное направление от K к L . После этого припишем каждому отрезку этой прямой определённый знак, как это обычно делается. Тогда при любом положении точки S на прямой KL имеет место соотношение: $\overline{KS} + \overline{SL} = \overline{KL}$ (теорема Шаля). По условию $\overline{KS^2} - \overline{SL^2} = b^2$, т.е.

$$\overline{KS^2} - (c - \overline{KS})^2 = b^2, \overline{KS} = \frac{c^2 + b^2}{2c}. (1)$$

Таким образом, на прямой KL существует, и притом только одна, точка S , принадлежащая искомому ГМТ, т. е. такая, что $KS^2 - LS^2 = b^2$

Положение этой точки определяется формулой (1).

Попытаемся найти другие точки, принадлежащие искомому ГМТ. Замечаем, что всякая точка C на перпендикуляре t к KL , проходящем через точку S также обладает указанным свойством.

Действительно, $KC^2 - LC^2 = (KS^2 + SC^2) - (LS^2 + SC^2) = KS^2 - LS^2 = b^2$. Так как при дальнейшем рассмотрении нам не удаётся обнаружить других точек, обладающих требуемым свойством, то приходим к предположению: искомым ГМТ является, перпендикулярная прямой KL , прямая t , и проходящая через найденную точку S .

Для доказательства справедливости высказанного предположения необходимо установить: 1) что всякая точка C прямой t обладает тем свойством, что $KC^2 - LC^2 = b^2$; это уже установлено в ходе анализа; 2) что точка, которая

не принадлежит прямой t , не обладает указанным свойством, т. е. для такой точки D будет $KD^2 - LD^2 \neq b^2$.

Проведём через точку D прямую DT , перпендикулярную к KL . Тогда $KD^2 - LD^2 = (KT^2 + TD^2) - (LT^2 + TD^2) = KT^2 - LT^2$.

Так как точка D не принадлежит прямой t , то точка T отлична от точки S . Но мы уже отметили, что точка S является единственной точкой прямой t , принадлежащей искомому ГМТ. Следовательно, точка T также расположенная на прямой KL , не принадлежит этому ГМТ. Поэтому $KT^2 - LT^2 \neq b^2$, а значит, $KD^2 - LT^2 \neq b^2$.

Таким образом, применение компьютерных технологий способствует лучшему формированию умений геометрических построений. Правильное применение компьютерных технологий на определенных этапах решения задач на построение, как дополнительное средство обучения, способствуют успешному усвоению знаний учащимися, формирует интерес к геометрии. Следовательно, можно заключить, что обучение геометрическим построениям с применением современных технологий отвечает требованиям образовательного стандарта к результатам обучения школьника.

Список литературы

1. Аргунов Б.И., Балк М.Б. Геометрические построения на плоскости: пособие для студентов педагогических вузов. – М.: Учпедгиз, 1957. – 267 с.
2. Блинков А.Д., Блинков Ю.А. Геометрические задачи на построение. – М.: МЦНМО, 2012 – 2-е изд., стереотипное. – 152 с.
3. Бурмистрова Т.А. Программы общеобразовательных учреждений. Геометрия. – М.: Просвещение, 2008. – 126 с.
4. Васильев Н.Б., Гутенмахер В.Л. Прямые и кривые. – М.: МЦНМО, 2006 – 6-е изд., стереотипное. – 128 с.
5. Зеленьяк О.П. Решение задач по планиметрии. Технология алгоритмического подхода на основе задач-теорем. Моделирование в среде Turbo Pascal. – М.: Изд – во «ДМК Пресс», 2008. – 336 с.

6. История математики с древнейших времен до начала XIX столетия. В трех томах / Под ред. А.П. Юшкевича. – М.: Наука, 1972, том 1. – 498 с.
7. Коксетер Г.С., Грейтцер С.Л. Новые встречи с геометрией. – М.: Наука, 1978. – 224 с.
8. Киселёв А.П. Геометрия / Под ред. Н.А. Глаголева – М.: Физматлит, 2004. – 328 с.
9. Маркушевич А.И. Замечательные кривые. – М.: Наука, 1978. – 48 с.
10. Савелов А.А. Плоские кривые. Систематика, свойства, применения: справочное руководство. – М.: Физматлит, 1960. – 294 с.
11. Учить школьников учиться математике: формирование приемов учебной деятельности: кн. для учителя / Под ред. О.В. Епишева, В.И. Крупич. – М.: Просвещение, 1990. – 128 с.
12. Хрестоматия по истории математики. Арифметика и алгебра. Теория чисел. Геометрия: пособие для студентов. / Под ред. А.П. Юшкевича. – М.: Просвещение, 1976. – 321 с.

КОМПЬЮТЕРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНТЕРАКТИВНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СРЕДЫ

А.В. Букушева

Саратов, СНИГУ им. Н.Г. Чернышевского

Аннотация: рассмотрена возможность использования среды GeoGebra в качестве средства обучения аналитической геометрии с помощью компьютерного исследования и эксперимента. Применение систем динамической математики позволяет построить обучение в соответствии с методологией экспериментальной математики. Исследовательская деятельность обучающихся может организована как на лабораторных занятиях, так и в рамках самостоятельной работы.

Ключевые слова: *бакалавры; обучение геометрии в вузе; аналитическая геометрия; экспериментальная математика; компьютерные среды; компьютерные эксперименты; исследовательские задачи; GeoGebra; информатизация образования; методическое обеспечение.*

COMPUTER EXPERIMENT WITH USE OF INTERACTIVE GEOMETRICAL ENVIRONMENT

A.V. Bukusheva

Saratov, NRSSU named after G.N. Chernyshevsky

Abstract: the possibility of using GeoGebra environment as a tool for teaching analytical geometry with help of computer research and experiment is being considered. The application of the dynamic mathematics systems makes it possible to build training in accordance with the methodology of experimental mathematics. Research activities of students can be organized both in laboratory classes, and in the framework of independent work.

Keywords: *bachelors; teaching geometry in high school; analytic geometry; experimental mathematics; computer environments; computer experiments; research tasks; GeoGebra; information of formation; methodical support.*

Идея исследовательской деятельности в учебном процессе имеет длительную и богатую историю. Основы исследовательского метода были заложены классиками педагогической науки: Я.А. Коменским, Ж.Ж. Руссо, Г. Песталоцци, А. Дистервегом, К.Д. Ушинским и др. Проблеме формирования исследовательских умений у студентов во время учебной деятельности посвящены исследования Ю.К. Бабанского, Т.А. Ильиной, А.П. Карпа, В.В. Краевского, И.Я. Лернера, А.А. Окунева, М.Н. Скаткина и др. В последние два десятилетия увеличилось число публикаций, посвященных изучению особенностей формирования исследовательских умений как школьников, так и студентов, что свидетельствует о растущем интересе педагогов к данному вопросу.

Внедрение информационных технологий в научной и образовательной деятельности позволило проводить компьютерные исследования и эксперименты в учебном процессе. Использование систем компьютерной математики (Wolfram Mathematica, Maple и т.д.) обогащает содержание математического образования, вносит новые возможности в организацию учебного процесса [5]. Все это повышает актуальность методических проблем определения содержания, места и характера использования программных математических пакетов в структуре математического образования. Методы

экспериментальной математики существенным образом меняют характер математического исследования, получение результатов и способы проведения доказательств, находят применение в обучении математике (С. Гроздев, С.Г. Иванов, В.Н. Дубровский, А.В. Середа, Т.Ф. Сергеева, В.И. Рыжик, И.С. Храповицкий, М.В. Шабанова, Г. Шуман, А.В. Ястребов и др.). Применение экспериментальных методов в математической науке привело к постановке задачи создания таких условий обучения математике, которые будут способствовать воспитанию у обучающихся качеств «математика-экспериментатора» в дополнении к качествам «математика-теоретика» [6-8].

Компьютерный эксперимент используется в математических исследованиях практически на всех этапах работы над задачей: для проверки корректности ее постановки, сбора данных о свойствах объекта исследования, проверки гипотез, поиска идей их доказательств, а также для конструирования новых задач на базе решенной. Экспериментальные исследования основаны на последовательности экспериментов – с их продумыванием, формулировками предположений, приводящих к дальнейшим исследованиям, и т.п. Исследовательская деятельность обучающихся является упрощенной моделью научного исследования, в которой сохраняются формально все его основные этапы, используются адекватные целям исследования научные методы. Приобщение студентов к экспериментально-исследовательской деятельности позволит узнать им о возможностях и ограничениях в применении экспериментальных методов и средств в математике, о рациональном сочетании экспериментальных и теоретических методов в процессе решения учебно-исследовательских задач.

Среди математических дисциплин, изучаемых вузе, наибольшим экспериментальным потенциалом обладает геометрия. Большинство фактов геометрии подтверждаются опытным путем, обучение этим фактам можно провести в форме учебного исследования с элементами эксперимента. Экспериментально-исследовательский подход к изучению математики реализуется нами при обучении геометрии будущих бакалавров направления

«Математика и компьютерные науки». Компьютерные эксперименты и исследования можно проводить на лабораторных занятиях, в рамках самостоятельной работы и практик.

Покажем возможности интерактивной геометрической среды GeoGebra в качестве средства обучения аналитической геометрии.

Задание. Экспериментально проверить и теоретически обосновать следующие утверждения:

1. Любая касательная параболы пересекает директрису и фокальную хорду, перпендикулярную к оси, в точках, равноудаленных от фокуса.

2. Фокус параболы и точки прикосновения двух касательных к параболе, проведенных из любой точки директрисы, лежат на одной прямой.

3. Произведение перпендикуляров, опущенных из концов любой фокальной хорды на ось параболы, имеет постоянную величину.

Решение. Для проведения компьютерного эксперимента на графическом полотне GeoGebra в соответствии с условием задачи построим параболу. Опишем кратко построение:

1.1. Создаем ползунок p и в строке ввода записываем уравнение параболы $y^2=2px$, затем вводим точку $F(p/2,0)$, уравнение директрисы $x=-p/2$. Точку A отмечаем на параболе с помощью инструмента "точка".

1.2. Проводим фокальную хорду, перпендикулярную к оси, касательную в точке A и отмечаем точки их пересечения H и I .

1.3. Строим отрезки HF , IF . Перемещая точку A по параболе, видим, что отрезки HF и IF равны (рис. 1).

2.1. Используя инструменты, отмечаем точку B на параболе, проводим касательные из точки B , отмечаем точки касания J и K .

2.2. Проводим прямую JK (рис. 1). Из рисунка 1 видно, что фокус принадлежит данной прямой.

3.1. Используя инструменты, проводим прямую AF и отмечаем точку D пересечения с параболой, строим отрезки AE и DG ;

3.2. Вычисляем произведение отрезков AE и DG . Перемещая точку A по параболе, видим, что произведение перпендикуляров, опущенных из концов любой фокальной хорды на ось параболы, имеет постоянную величину (рис. 1).

Далее обучающимся нужно теоретически обосновать полученные предположения. На основе результатов эксперимента гипотеза принимается или опровергается.

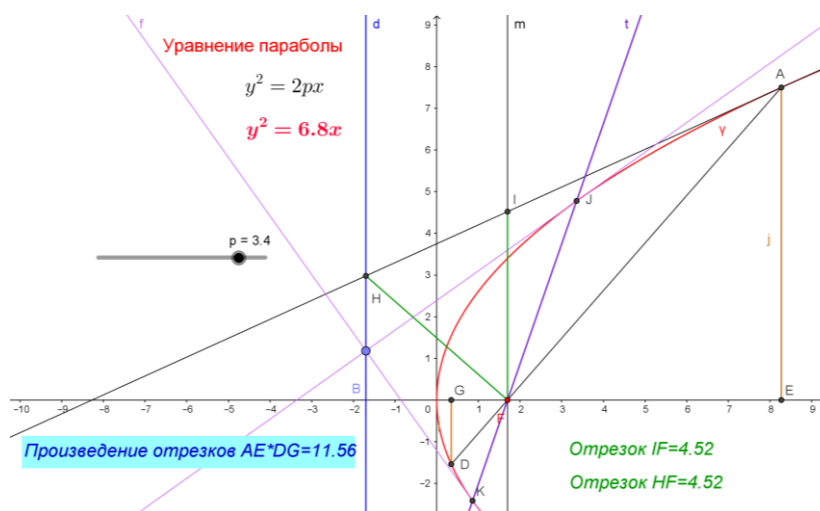


Рис. 1. Парабола

В качестве инструментального средства для проведения компьютерных исследований и экспериментов может быть использована не только интерактивная геометрическая среда, но и другие системы компьютерной математики. Примеры использования Wolfram Mathematica в решении геометрических задач приведены в [1–4]. Использование прикладных программ позволяет разнообразить типы решаемых задач и расширить знания студентов не только в области данного курса, но и в области применения информационных технологий. Рациональное сочетание методов обучения позволит приобщить студентов к исследовательской деятельности.

Список литературы

1. Букушева А.В. Учебно-исследовательские задачи в подготовке бакалавров-математиков // Вестник Пермского государственного гуманитарно-педагогического

университета. Серия «Информационные компьютерные технологии в образовании». – 2015. – №11. – С. 85–93.

2. Букушева А.В. Системы компьютерной математики в учебных проектах по геометрии // Вестник Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета. Серия «Информационные компьютерные технологии в образовании». – 2016. – №12. – С. 20–28.

3. Букушева А.В. Решение учебно-исследовательских задач с использованием систем компьютерной математики // Информационные технологии в образовании: Материалы VII Всеросс. научно-практ. конф. – Саратов: ООО «Издательский центр «Наука», 2015. – С.185–187.

4. Bukusheva A. The usage of computer technologies in mathematics masters' learning practice organization // CEUR Workshop Proceedings (CEUR-WS.org): Selected Papers of the XI International Scientific-Practical Conference Modern Information Technologies and IT-Education (SITITO 2016), Moscow, Russia, November 25-26, 2016. – Vol. 1761. – 2016. – P. 212–218.

5. Галаев С.В., Букушева А.В. Междисциплинарные учебно-методические комплексы как результат и средство информационного взаимодействия в информационно-коммуникационной предметной среде // Информатика и образование. – 2008. – №4. – С. 113–115.

6. Лямов А.Г., Поздняков С.Н., Прокопенко Н.Ю. Компьютерный эксперимент в обучении математике // Компьютерные инструменты в образовании. – 2006. – №1. – С. 27–35.

7. Майер В.Р. Компьютерные исследования и эксперименты при обучении геометрии // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева. – 2012. – №4(22). – С. 22–27.

8. Шабанова М.В., Ширикова Т.С. Обучение доказательству с использованием интерактивной геометрической среды // Ярославский педагогический вестник. – 2012. – Т. 2. №3. – С. 86–92.

ИЗУЧЕНИЕ АЛГОРИТМОВ ВЫПОЛНЕНИЯ ВЫЧИСЛЕНИЙ В КУРСЕ ИСТОРИИ РАЗВИТИЯ ЭВМ

Е.М. Ганичева

Вологда, ВоГУ

Аннотация: изучение средств автоматизации вычислений становится более эффективным и запоминающимся, если знакомить студентов со способами применения этих средств. Рассмотрены приёмы освоения алгоритмов вычислений с использованием различных средств автоматизации.

Ключевые слова: *обучение; математика; исторические сведения; возможности; формы выбора; конференции; конкурсы; семинары; методическое обеспечение.*

STUDYING OF ALGORITHMS OF PERFORMANCE OF CALCULATIONS IS AWARE OF HISTORY OF DEVELOPMENT OF THE COMPUTER

E.M. Ganicheva
Vologda, VoGU

Abstract: studying of the automation equipment of calculations becomes more effective and memorable if to acquaint students with methods of application of these means. The methods of development of algorithms for calculations with using utilization of various automation equipment are considered.

Keywords: *training; mathematics; historical data; opportunities; choice forms; conferences; competitions; seminars; methodical providing.*

Целями освоения учебной дисциплины «История развития ЭВМ» являются: формирование представления об истории развития вычислительной техники в нашей стране и в мире; изучение истории развития аппаратного и программного обеспечения информационных технологий; формирование навыков применения методик сбора, переработки и представления научно-технических материалов по результатам исследований и разработок в области информационных технологий.

Как правило, обычное перечисление средств автоматизации вычислений даже при наличии красочно оформленной презентации приводит к формальному усвоению знаний. Приёмы выполнения вычислений, инструменты, которые применялись для счета ещё с глубокой древности, не знакомы современному юношеству. В то время как их освоение позволило бы оценить значимость этих изобретений человечества и лучше понять некоторые принципы работы современной вычислительной техники.

Кроме того, для студентов, обучающихся по направлению подготовки «Педагогическое образование», можно отметить и методический аспект данного вопроса. Знакомясь со способами выполнения вычислений с использованием средств автоматизации, обучающиеся осваивают алгоритмы.

Понятие «алгоритм» относится к межпредметным, а освоение межпредметных понятий является одним из основных метапредметных образовательных результатов ФГОС. Рассмотрим примеры практических работ для студентов, предлагаемых в рамках дисциплины «История развития ЭВМ»:

1. Средства автоматизации счета на домеханическом этапе развития ЭВМ

Цель работы: ознакомиться со средствами автоматизации счета.

Научиться выполнять вычисления с использованием средств автоматизации счета.

1. Вычисления с помощью пальцев рук

Сегодня еще можно встретить много защитников «пальчиковой гимнастики» и методики устного счета на пальцах. Однако диапазон таких вычислений очень ограничен. Как только расчеты выходят за рамки одной операции, возникают трудности: надо осваивать следующий прием. Например, рассмотрим приём умножения на 9.

Приём выполняется так:

1. Чтобы умножить любое число в пределах первой десятки на 9, надо развернуть ладони к себе.
 2. Отсчитывая слева направо, загнуть палец, соответствующий умножаемому числу. К примеру, чтобы умножить 5 на 9, надо загнуть мизинец на левой руке.
 3. Оставшееся количество пальцев слева будет соответствовать десяткам, справа – единицам. В нашем примере – 4 пальца слева и 5 справа.
- Ответ: 45.

2. Метод решётки

Выдающийся арабский математик и астроном Абу Абдаллах Мухаммед Бен Мусса аль - Хорезми в своей «Книге об индийском счете» описал способ, придуманный в Древней Индии, а позже названный «методом решётки»

Алгоритм умножения методом решётки

Пусть надо умножить 347 на 29.

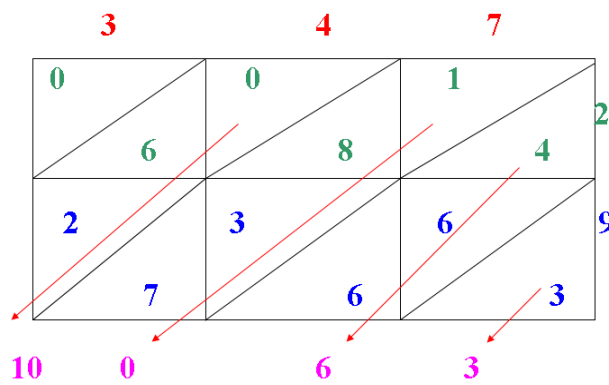
1. Начертим таблицу, запишем над ней число 347, а справа число 29.

2. В каждую строчку запишем произведение цифр, стоящих над этой клеточкой и справа от нее, при этом цифру десятков произведения напишем над косой чертой, а цифру единиц – под ней.

3. Сложим числа в каждой косой полосе, выполняя эту операцию справа налево.

Если сумма окажется меньше 10, то ее пишем под нижней цифрой полосы. Если же она окажется больше 10, то пишем только цифру единиц суммы, а цифру десятков прибавляем к следующей сумме.

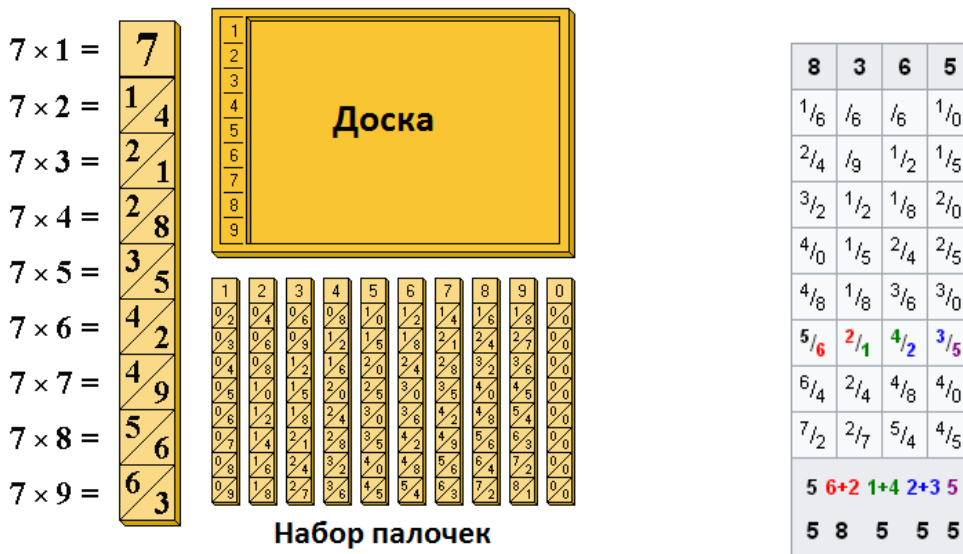
В результате получаем произведение.



3. Палочки Непера

Пáлочки Нéпера , или **нéперовы пáлочки** – счётный прибор, изобретённый шотландским математиком Джоном Непером (описан им в трактате 1617 года). Состоит из 10 палочек, имевших форму удлинённого прямоугольного параллелепипеда. Каждая из боковых граней палочки делилась поперечными чертами на 9 квадратов, разделённых, в свою очередь, проводимыми в одном и том же направлении диагоналями на пары треугольников. Эти квадраты содержали в себе результаты умножения одного из первых 9 чисел в последовательном порядке от 1 до 9, причем в случае, если результат умножения представлял двузначное число, то его десятки помещались в верхнем треугольнике, а единицы в нижнем. Для представления нулей некоторые из боковых поверхностей палочек оставались не занятыми числами.

Прибор Непера мог непосредственно прилагаться только к исполнению действия умножения. Чтобы, например, умножить при его посредстве число 8365 на 7, нужно, выбрав соответствующие палочки, приложить их друг к другу таким образом, чтобы в верхних квадратах граней, обращенных к счетчику, находились числа 8, 3, 6, 5; тогда седьмые квадраты этих граней дадут искомые частные произведения множителя 7 на каждую из цифр множимого; затем останется только эти частные произведения сложить:



Рассмотрим технику умножения с помощью палочек Непера на примере перемножения чисел 4938 и 385:

1. Выбираем палочки с таблицей умножения чисел 3,4,8 и 9.
2. Выкладываем их ряд так, чтобы цифры сверху каждой палочки составили число 4938.
3. Выкладываем слева указатель строк.
4. Ориентируясь по крайней левой палочке, проводим суммирование по наклонной плоскости для третьей строки. Суммирование проводится по этой строке, так как старший разряд множителя – три. Получаем результат суммирования 14814.
5. Аналогичные действия проводим для восьмой строки, так как второй разряд множителя – восемь. Результат суммирования – 39504.
6. Эти же действия проводим для младшего разряда множителя, которому соответствует пятая строка. Результат суммирования – 24690.

7. Складываем полученные ранее результаты с учетом порядка разрядов множителя. Так как первая сумма вычислялась для разряда сотен, то умножаем ее на 100. Соответственно вторую сумму умножаем на 10, а третью оставляем без изменения. Складываем полученные результаты:

$$1\ 481\ 400 + 395\ 040 + 24690 = 1\ 901\ 130.$$

Полученная сумма и есть результат перемножения чисел 49380 и 385.

4. Алгоритм извлечения квадратного корня

Рассмотрим извлечение квадратного корня на примере.

Найти $\sqrt{104976}$.

1. Разобьем целую часть числа справа налево на группы по два разряда в каждой. Если есть дробная часть, то ее разобьем слева направо от запятой по два разряда в каждой группе. В нашем случае: 10.49.76 .

2. Возьмем первую группу и подберем для нее такое число, квадрат которого не превосходит число, составленное цифрами этой группы (первые нули можно не писать). Отнимем от числа-группы полученный квадрат и запишем разность как при делении столбиком. Снесем вторую группу.

В нашем примере: 10.49.76 | 3

09

--

01.49

3. Удвоим имеющееся на данный момент частное. К полученному числу нужно приписать справа одну цифру. Подберем ее так, чтобы при умножении образовавшегося числа на эту же цифру получилось число, не превосходящее разности с присоединенной группой из прошлого пункта. Вычитаем числа и получаем новую разность.

После удвоения: $3*2=6$.

Подбираем цифру... $62*2=124$ – это меньше 149.

0149

0124

0025

4. Подобранный цифру заносим в ответ. В нашем случае получилось число 32.

5. Сносим следующую группу и повторяем пункты 3 и 4.

В результате получим число 2576.

Удвоим частное $32 \cdot 2 = 64$.

Подберем цифру $644 \cdot 4 = 2576$.

002576

002576

— — —

0

6. Если корень извлекается, то в последней разности получим 0. Если не извлекается, тогда в ответе ставим запятую, а к разности сносим два нуля и продолжаем процесс до достижения необходимой точности.

В данном примере значение извлеченного квадратного корня равно 324.

Задание. Извлеките квадратный корень без калькулятора из чисел:

A) 425104 B) 1,7424 C) 21697,29

2. Средства автоматизации вычислений в механическую эпоху

Цель работы: ознакомиться со средствами автоматизации счета в механическую эпоху развития вычислительной техники.

Разностная машина Чарльза Бэббиджа. В 18 веке возникла большая потребность в вычислениях для составления различных таблиц, которые широко использовались в астрономии, землемерном, страховом и банковском деле, мореплавании, кораблестроении, строительстве и т.д. Люди, проводившие подобные вычисления, делали ошибки при составлении таблиц. Это приводило к еще более серьезным ошибкам при последующем использовании данных из таких таблиц, в том числе, в мореплавании, в строительстве и т.д.

В начале 19 века логарифмические и тригонометрические таблицы содержали множество ошибок. Решая проблему их исправления, Бэббидж пришел к выводу о необходимости создания машины для автоматических расчетов. С 1812 г. профессор Кембриджского университета Ч. Бэббидж приступил к работе над созданием разностной машины.

В основу её работы учёный положил свойство многочленов степени $n-1$: конечные разности n -го порядка равны нулю. Данное свойство конечных разностей можно проиллюстрировать следующим примером. Пусть надо вычислить значения многочлена второй степени: $y = x^2 + 3x - 4$. Для этого строится таблица из пяти колонок. В первой колонке находится значение аргумента, во второй – значение многочлена, в остальных – значения конечных разностей:

$$\Delta_n^1 = Y_n - Y_{n-1} \text{ (первые разности)} \quad \Delta_n^2 = \Delta_n^1 - \Delta_{n-1}^1 \text{ (вторые разности)}$$

$$\Delta_n^3 = \Delta_n^2 - \Delta_{n-1}^2 \text{ (третьи разности)}$$

X	Y	Δ^1	Δ^2	Δ^3
0	-4	4	2	0
1	0	6	2	0
2	6	8	2	0
3	14	10	2	0
4	24	12	2	
5	36	14		
6	50			
7	66			

Первые разности получают, вычитая из значения функции её предыдущее значение. Так, в первой строке $\Delta_1^1 = Y_1 - Y_0 = 0 - (-4) = 4$. Для второй строки $\Delta_2^1 = Y_2 - Y_1 = 6 - 0 = 6$. Вторые разности получают, вычитая из первой разности её предыдущее значение. Тогда для первой строки $\Delta_1^2 = \Delta_1^1 - \Delta_0^1 = 6 - 4 = 2$.

По тому же принципу строят и третьи разности. Как видно из таблицы, третьи разности равны нулю, а вторые – постоянны. Если суммировать значения разностей и предыдущее значение функции, то можно получить следующее значение многочлена. При $x = 7$ $Y_7 = 50 + 14 + 2 = 66$, т.е. можно получить новое значение функции путем суммирования ранее вычисленных значений. Машину для автоматизации составления таблиц Бэббидж назвал разностной.

Разностная машина Бэббиджа могла наряду с одним заранее заданным действием (нахождение значений полиномов по методу конечных разностей) вычислять значения некоторых функций с помощью специально подобранных формул.

Задание 1. Применяя метод конечных разностей, составьте таблицы и вычислите значения полиномов для x от 0 до 10:

а) $y = x^2 + 6x + 3$ б) $y = x^3 - 4x^2 + 5x - 7$ в) $y = 2x^4 + x^3 - 3x^2 + 8x - 15$

Задание 2. Применяя электронную таблицу Excel, создайте шаблон для подготовки заданий на вычисление значений полиномов второй, третьей и четвертой степеней методом конечных разностей.

Задание 3. Разработайте дидактический материал для изучения вычисления значений полиномов методом конечных разностей. Результатом работы должна быть карточка с формулировкой заданий и таблицами с ответом.

Список литературы

1. Акулов О.А., Медведев Н.В. Информатика. Базовый курс: учебник для студентов вузов, бакалавров, магистров по направлению "Информатика и вычислительная техника". – М.: ОМЕГА-Л, 2009.
2. Информационные технологии в образовании: учебно-методическое пособие/ сост. Е. М. Ганичева. - Вологда: ВГПУ, 2013.

РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ В СИСТЕМЕ ISKANDERUSELEARNING

А.Н. Сёмочкин, О.А. Сёмочкина

Благовещенск, БГПУ

Аннотация: рассмотрены методические конструкции, на основе которых можно построить процесс обучения математическим дисциплинам, в контексте использования авторской системы разработки интерактивных электронных ресурсов.

Ключевые слова: *электронное обучение; интерактивные обучающие ресурсы; методические конструкции.*

IMPLEMENTATION OF METHODOICAL STRUCTURES IN THE ISKANDERUS ELEARNING SYSTEM

A.N. Semochkin, O.A. Semochkina
Blagoveshchensk, BSPU

Abstract: the methodical constructions are considered on the basis of which it is possible to build the process of teaching mathematical disciplines in the context of using the author's system of developing interactive electronic resources are discussed.

Keywords: *e-learning; interactive learning resources; methodical constructions.*

На основе общих приемов моделирования процесс обучения можно представить в виде графа, вершинами которого являются некие педагогические ситуации, а связями – условные переходы между ними, осуществляемые преподавателем в зависимости от поведения обучаемого. Педагогическую ситуацию при этом можно рассматривать как формулировку задачи в замкнутой предметной области. Технологически такая ситуация может представлять собой «кадр» в компьютерной программе, где формулируется вопрос и предоставляется набор инструментов, используя которые, обучаемый должен смоделировать свой ответ. В зависимости от оценки качества ответа осуществляется переход к следующему «кадру». Такое формальное описание, в частности, открывает возможность реализации процесса обучения с помощью компьютерных технологий.

Будем использовать понятие методической конструкции для характеристики конкретных типов обучающих алгоритмов [1]. Например, с помощью методической конструкции можно реализовать многократное повторение какого-либо фрагмента учебного материала; осуществить визуализацию представлений и понятий различными формами предъявления учебного материала (графика, цвет, динамика и др.), различные виды моделирования, автоматизацию обработки данных и др. Очевидно, что любая методическая конструкция должна опираться на технологические процедуры, ее реализующие. Другими словами, должно существовать некоторое базовое множество технологий, используя которые, можно создавать методические конструкции.

Главным критерием, по которому преподаватель выбирает средство создания педагогического программного продукта, помимо простоты реализации, выступает возможность компьютерного воплощения с его помощью максимально возможного числа методических приемов, используемых данным преподавателем. С другой стороны, множество методических приемов и способов реализации обучающих воздействий с помощью компьютера является ограниченным как текущим уровнем компьютерной технологии, так и воображением человека, создающего педагогический программный продукт.

Предлагается к рассмотрению авторская система разработки интерактивных обучающих ресурсов IskanderuseLearning [3]. В систему входят редактор, реализующий теорию «методических конструкций», веб-сервер для публикации материалов и специальный браузер для организации процесса обучения в электронной форме. Интерактивный обучающий ресурс, созданный в данной системе, можно представить в виде сложно устроенной системы кадров, связанных различными маршрутами. Каждый кадр представляет собой замкнутую модель предметной области с конечным числом интерактивных объектов и предлагает множество допустимых операций над этими объектами. В кадре формулируется задача, решение которой происходит в терминах допустимых операций. В зависимости от оценки качества решения реализуется переход к следующему кадру. В процессе взаимодействия с интерактивным ресурсом пользователь может осуществлять ввод некоторой информации. Будем различать безусловные и условные переходы. К первым относятся переходы, предъявляемые в явном виде в виде кнопок. Условные переходы осуществляются по результатам оценки введенного обучаемым ответа на поставленный в кадре вопрос.

Интерактивный обучающий ресурс в системе IskanderuseLearning может состоять из комбинации нескольких методических конструкций («Книга», «Подсказка», «Тест», «Цикл», «Дифференциатор», «Конструктор»). «Книга» является компьютерным представлением обычной книги со множеством страниц и возможностью перехода с одной страницы на другую. «Книга» позволяет выбирать страницы и маршрут продвижения, может содержать

конструкции типа «Подсказка», представляющие собой совокупность иерархически организованных кадров, когда внутри одного кадра имеется ссылка на другой уточняющий кадр. В данных конструкциях используются безусловные переходы (рис.1).

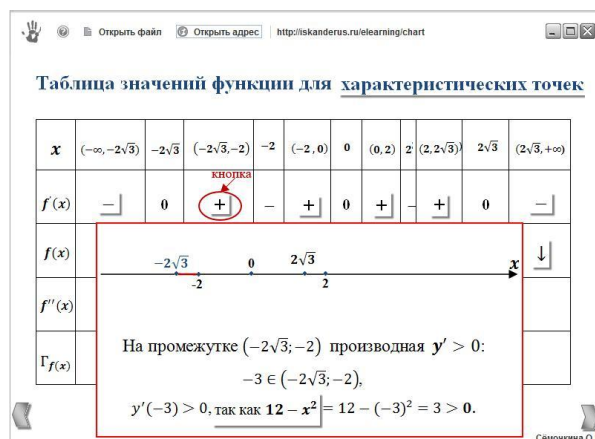


Рис. 1. Пример методической конструкции «Подсказка»

Конструкция «Тест» – это один кадр или последовательность кадров с заданиями возрастающей сложности. Задания бывают как открытой (свободный ввод ответа обучаемым), так и закрытой формы (выбор ответа из готового набора). Возможно реализовать всестандартные виды тестовых заданий: задания на соответствие, на установление правильной последовательности, задание на заполнение пропусков и т.п. Конструкция «Цикл» есть совокупность кадров с однотипными заданиями, представленными в виде «Теста». В случае неправильного ответа в первом задании пользователь отсылается на следующее, выбираемое случайным образом. Процесс завершается, если выполняется некоторое наперед заданное условие. «Цикл» называют сложным, если он помимо задач содержит другие методические конструкции. Конструкция «Тренажер» применяется при объяснении нового материала для отработки приобретаемых навыков, представляет собой кадр со случайно выбираемым заданием на отрабатываемый навык, результат решения данного задания для обучаемого носит только информативный характер. Для реализации данных конструкций в системе используются простые, унифицированные элементы управления: подвижные объекты, регионы, кнопки (рис. 2).



Рис. 2. Элементы управления, используемые для реализации методических конструкций

Конструкция «Дифференциатор» служит основой контрольных фрагментов обучающих программ. Базу этой методической конструкции составляет «Тест», содержащая вопрос и различные варианты ответа (ответы должны позволять учащемуся выбирать маршрут по уровню усвоенного материала) (рис. 3). Если ответ верен, то обучаемый получает возможность работать дальше, в противном случае предлагается комментарий на ошибку и – либо «Цикл» задач, нацеленных на исправление этой ошибки самим обучаемым и на возможность успешного восприятия дальнейшего материала, либо – другая методическая конструкция.

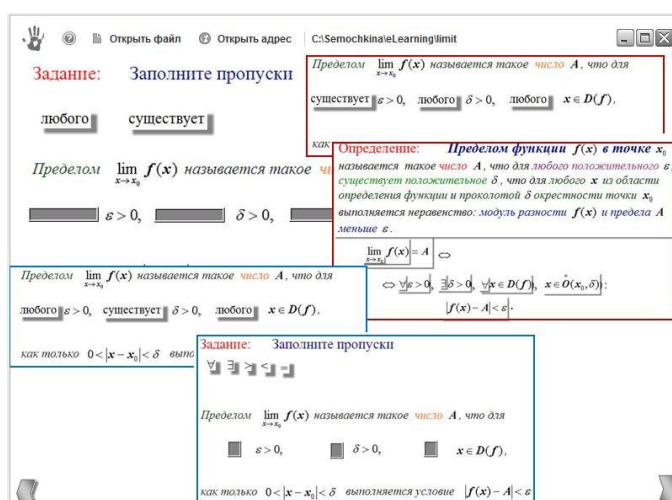


Рис. 3. Пример конструкции «Дифференциатор»

«Конструктор» есть последовательность кадров, в которых обучаемому дается возможность на множестве объектов конструировать процессы решения задач в предметной области. Следует различать следующие типы конструкторов: простые и сложные, с частичным и полным контролем, со справочником и без справочника. Простым называется конструктор, не предоставляющий теоретической информации на ошибочную ситуацию, созданную обучаемым в ходе процесса решения поставленной задачи в предметной области. Сложный конструктор содержит реакции на ошибочные ситуации в виде переходов в соответствующие разделы теоретической информации. Конструктором с полным контролем называется конструктор, содержащий реакции на все предусмотренные ошибочные ситуации. Конструктор с частичным контролем допускает развитие процесса только в том случае, если обучаемый моделирует верные ситуации. Конструктор со справочником, в основном, используется в тренажерных целях, когда обучаемому в ходе моделирования процесса дается возможность обращаться к справочной системе по изучаемому предмету. Конструктор без справочника служит для контроля сформированности знаний, умений и навыков в изучаемой области знаний.

В техническом плане конструкции «Тест», «Тренажер», «Цикл», «Дифференциатор», «Конструктор» реализуются путем описания условных переходов (рис. 4).

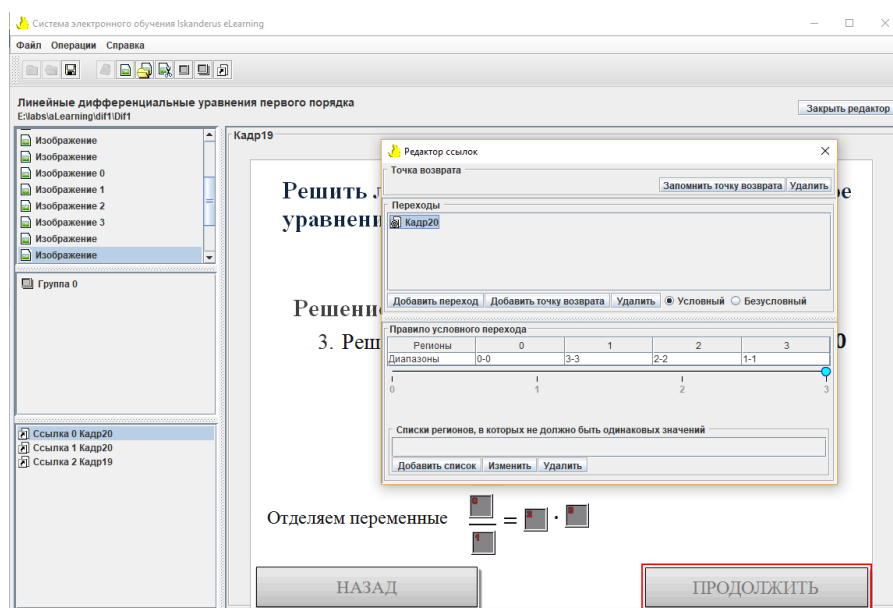


Рис. 4. Скриншот программного обеспечения редактора интерактивных обучающих ресурсов

Многообразие методических конструкций определяет богатство дидактических возможностей интерактивного обучающего ресурса. С примерами интерактивных обучающих ресурсов, подготовленных с помощью системы IskanderuseLearning можно ознакомиться в [2]. Владение знаниями о представленных методических конструкциях позволяет преподавателю ориентироваться в существующих компьютерных обучающих ресурсах и осуществлять выбор наиболее адекватных для реализации своих профессиональных целей.

Список литературы

1. Сёмочкина О.А. О визуализации абстрактных процессов в преподавании математических дисциплин // Материалы межвузовской научно-методической конференции «Университеты в образовательном пространстве региона». – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2009. – Часть 1. – С. 190–194.
2. Сёмочкина О.А. Электронное обучение. – Режим доступа: <http://iskanderus.ru/wordpress/?p=112#post/4> (дата обращения: 15.11.2017).
3. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2015660413 «Система интерактивного электронного обучения IskanderuseLearning». Авторы Сёмочкин А.Н., Сёмочкина О.А. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 30 сентября 2015 г.

ПРИМЕНЕНИЕ СЕРВИСОВ GOOGLE В ДИСТАНЦИОННОМ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ С ОВЗ

Н.В. Тихомирова

Пермь, ПГГПУ

Аннотация: рассмотрено дистанционное обучение в условиях инклюзивного образования. Представлен обзор некоторых программ, которые помогают людям с различными нарушениями здоровья работать за компьютером. Описаны возможности продуктов компании Google для создания дистанционной поддержки по дисциплине «Алгебра и теория чисел», адаптированной для студентов с нарушениями зрения и опорно-двигательного аппарата.

Ключевые слова: *дистанционное обучение; студенты с ОВЗ; Google Сайты; инклюзивное образование.*

THE APPLICATION OF THE GOOGLE SERVICES IN THE DISTANCE TRAINING OF THE MATHEMATICS OF THE STUDENTS WITH HIA

N.V. Tikhomirova

Perm, PSHPU

Abstract: utilization of distance training in the conditions of the inclusive education is examined. Some computer programs that help people work with various health disorders in the computer are considered. Possibilities of products of the Google company for creation of distance support on discipline "Algebra and the theory of the numbers" which is adapted for students with visual impairment and the musculoskeletal device, are described.

Keywords: *distance training; students with HIA; Google Site; inclusive education.*

Дистанционное обучение начало развиваться в нашей стране с 1917 г. Оно представляло собой такую систему образования, которая основывалась на консультациях. Эта модель подразумевала заочное обучение, когда преподаватель и студент не видели друг друга. В XXI веке благодаря информационно-коммуникационным технологиям (ИКТ) дистанционное обучение стало более доступным: появилась возможность общаться и получать обратную связь от любого ученика, где бы он ни находился [1, с. 30].

С появлением инклюзивного образования дистанционное обучение рассматривается в более широком аспекте: оно обеспечивает безбарьерность и массовость образования, предоставляет равные права и возможности всем участникам учебного процесса, в том числе с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ).

Большую часть времени такие участники образовательного процесса проводят за персональным компьютером (ПК). Это вызвано, в первую очередь, наличием физических нарушений у людей, неспособных посещать учебное заведение. Несмотря на то, что инклюзивное образование появилось сравнительно недавно, для людей с ОВЗ уже давно разработаны инструменты, оказывающие помощь при работе за ПК. На сегодняшний день количество программ, позволяющих преобразовывать учебный материал так, чтобы он был адаптирован для обучающихся с учетом особенностей их психофизического

развития и индивидуальных возможностей, существенно увеличилось. Среди них, конвертер Braille Unicode Text Converter 1.6.1.0, переводящий txt-документы в текстовые файлы с брайлевским шрифтом, что позволяет слепым или слабовидящим людям читать книги, найденные в сети Интернет. Печатать при помощи мыши позволяет экранная клавиатура. Говоря о специальных возможностях Windows для пользователей с ослабленным зрением, обязательно следует упомянуть о такой важной функциональности, как экранная лупа. Смысл использования экранной лупы заключается в том, что в верхней части интерфейса отображается увеличенное изображение фрагмента, возле которого находится указатель мыши. Синтезатор речи NVDA для Microsoft Windows позволяет озвучивать все действия пользователя на компьютере, включая чтение документов и веб-страниц [2, с. 105].

Однако использование вспомогательных программ в обучении лиц с ОВЗ недостаточно, необходимы специальные, адаптированные дистанционные курсы. Это позволяет не нарушать непрерывный процесс учебной деятельности обучающихся из-за лечебных и реабилитационных мероприятий. Студент, обучаясь на расстоянии, перестает быть ограниченным пространственными и временными рамками, может учиться, не выходя из дома, по индивидуальному расписанию и в удобном для себя темпе.

На сегодняшний день существует множество программ и инструментов для создания дистанционных курсов, среди которых особое место занимает электронная платформа для создания сайтов *Google Сайты*. Рассмотрим возможности ресурсов Google при разработке сайта по дисциплине «Алгебра и теория чисел», содержание и интерфейс которого адаптированы для студентов с нарушениями зрения и опорно-двигательного аппарата.

Содержание указанной дисциплины разбито на «уроки» (логически завершенные порции учебного материала) продолжительностью 10-20 минут, каждый из которых начинается с изложения теории и подробного разбора примеров выполнения заданий, а завершается контролем усвоенного. Для создания «уроков» используется набор инструментальных сервисов Google.

Например, текстовый редактор *Google Документы*, который по своим функциям схож с программой Microsoft Office Word, позволяет удобно оформлять материалы лекций, упражнений, самостоятельной работы (рис. 1).

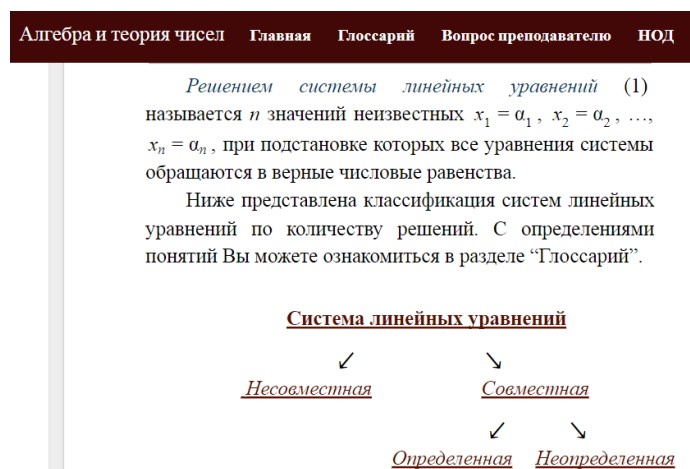


Рис. 1. Материал лекции, созданный в Google Документах

Для наглядной демонстрации примеров применяются возможности онлайн-приложения *Google Презентации* (рис. 2). Благодаря его анимированным функциям учебный материал становится доступным и понятным для студентов.

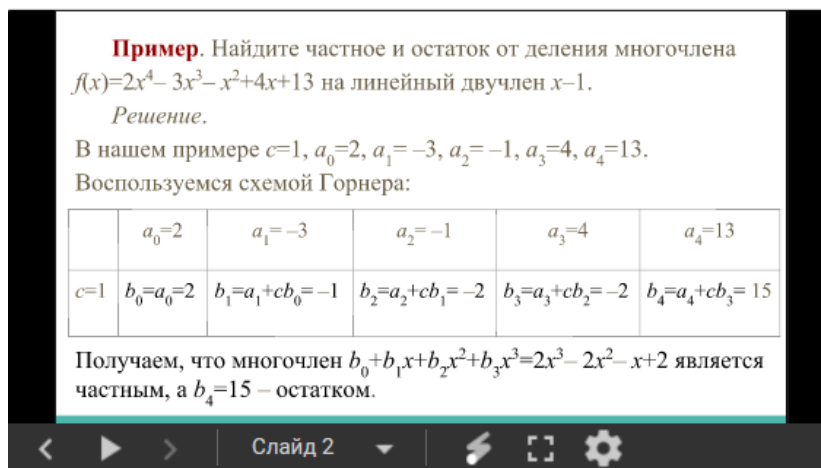


Рис. 2. Разбор примеров заданий в Google Презентации

При помощи инструмента *Google Формы* проводятся тестирование и анкетирование. При создании тестов имеется возможность выбирать вопросы разных типов, менять их последовательность и варианты ответов, вставлять картинки и видео. В режиме реального времени можно просматривать ответы

обучающихся, анализировать полученные данные в *Google Таблицах* или других приложениях (рис. 3).

Основные понятия темы "Системы линейных уравнений"

Тест направлен на проверку знаний определений по изучаемой теме.

* Обязательно

Электронный адрес *

Ваш адрес эл. почты

Упорядоченный набор чисел, при подстановке которого в уравнения системы получается верное числовое равенство, называется ... системы линейных уравнений. *

Вставьте пропущенное слово или словосочетание.

- ☐ Решением
- ☐ Коэффициентом
- ☐ Свободным членом

1 балл

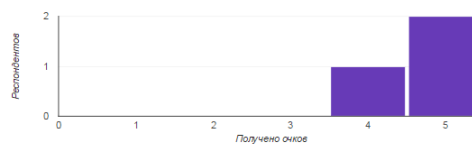
Статистика

Удовлетворительно
Баллов: 4,67 из 5

Медиана
Баллов: 5 из 5

Диапазон
Баллов: от 4 до 5

Распределение баллов



Вопросы, на которые часто даются неправильные ответы ?

Правильные ответы

Баллы

ОПУБЛИКОВАТЬ БАЛЛЫ

Электронная почта	Результат/5	Время публикации баллов
nataxaya1993@gmail.com	4	1 мая 13:35
nataxaya1993@gmail.com (1)	5	1 мая 13:35

Рис. 3. Фрагмент теста, созданного с помощью ресурса *Google Формы* и статистика результатов

Каждое типовое задание сопровождается видеоматериалом с пошаговым разбором всех этапов решения задачи. Для добавления на страницу таких файлов доступен YouTube. Ресурс *Google Сайты* позволяет использовать при разработке не только собственные программы и инструменты, но и прикрепленную при помощи ссылок информацию с других сайтов.

Таким образом, на сегодняшний день преподаватель располагает большим количеством удобных инструментов, позволяющих ему создавать адаптированные учебные курсы и материалы для лиц с ОВЗ, что позволяет развивать инклюзивное образование.

Список литературы

1. Маслакова Е. С. История развития дистанционного обучения в России / Е.С. Маслакова // Теория и практика образования в современном мире: материалы VIII Междунар. науч. конф. (г. Санкт-Петербург, декабрь 2015 г.). – СПб. : Свое издательство, 2015. – С. 29–32.
2. Репенеккая Л.И. Применение дистанционных технологий для студентов-инвалидов и студентов с ОВЗ / Л.И. Репенеккая // Инклюзивные процессы в образовательных организациях высшего и среднего профессионального образования: опыт, проблемы и перспективы: сборник статей всероссийской научно-практической конференции (г. Краснодар, апрель 2017 г.). – Режим доступа: https://elibrary.ru/download/elibrary_29314981_43686501.pdf (дата обращения: 24.10.2017).

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕХНОЛОГИИ «ВЕБ-КВЕСТ» В ПОДГОТОВКЕ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

Е.Л. Черемных

Пермь, ПГГПУ

Аннотация: охарактеризовано соотношение основных интерактивных методов обучения (проблемно-поискового, проектного, игрового и группового) в структуре образовательной технологии «веб-квест», приведены примеры ее применения в подготовке будущего учителя математики.

Ключевые слова: *веб-квест; интерактивные технологии; методы обучения; подготовка учителя математики; дистанционные технологии обучения; метод проектов.*

APPLICATION OF TECHNOLOGY «WEB-QUEST» IN TRAINING OF FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS

E.L. Cheremnykh

Perm, PSHPU

Abstract: the ratio of the main interactive methods of training (problem-search, project activity, game one and group) in structure of educational web-quest technology, examples of her application in training of future mathematics teacher are given.

Keywords: *web-quest; interactive technologies; methods of training; training of future mathematics teacher; remote technologies of training; projects activity.*

В настоящее время в условиях быстро меняющегося современного производства, а следом за ним и самого общества, заметно возросла потребность в квалифицированных кадрах, способных к самостоятельному решению возникающих проблем, профессиональному самосовершенствованию и самообразованию, готовых в случае необходимости к освоению новой профессии. Развитию указанных качеств способствует применение в подготовке будущих специалистов интерактивных методов обучения, основанных на активном взаимодействии преподавателя со студентами и студентов друг с другом. Такие методы позволяют обучающимся, опираясь на собственный опыт и опыт своих однокурсников, получать новые знания, умения и формировать отношение к ним, способствуют выработке ценностей;

создают атмосферу сотрудничества; повышают мотивацию обучения. Поэтому их применение становится неотъемлемой составляющей образовательного процесса в вузе. Для подготовки будущих учителей последнее имеет особую значимость также с точки зрения формирования их профессиональных компетенций, связанных с овладением современными методами обучения.

Центральное место в комплексе рассматриваемых методов занимают игровой, проблемно-поисковый, групповой и проектный. Встроенные в процессную дидактическую модель в сочетании с различными организационными формами и средствами обучения они обеспечивают разнообразие существующих в настоящий момент образовательных интерактивных технологий. Одной из таких является веб-квест. Ее ведущей идеей выступает организация совместной деятельности обучающихся по выполнению *проблемного задания с элементами ролевой игры*, предусматривающего использование информационных ресурсов Интернета. Характерные признаки, отличающие веб-квест от других образовательных технологий, заключаются в том, что описание задания, инструкция, информация и необходимые материалы для работы обучающихся размещаются на специальном сайте, который, в свою очередь, может содержать ссылки на другие веб-источники, а итогом выполнения задания является публикация полученных результатов в виде веб-страниц и веб-сайтов [1].

В этой связи широкое внедрение данной технологии в практику современного образования стало возможным благодаря развитию информационно-коммуникационных сетей, увеличившейся доступности интернет-ресурсов, облачных сервисов, сервисов Web 2.0, смарт-технологий. Однако главные причины роста внимания к применению веб-квестов в обучении связаны с тем, что указанная технология отвечает требованиям личностно-ориентированного, системно-деятельностного и компетентностного подходов [2; 4] и базируется на синтезе четырех интерактивных методов:

- проектного – в основе лежит самостоятельная деятельность обучающегося по выполнению задания с получением в итоге конкретного продукта;

- проблемно-поискового, т.к. задание может формулироваться и ставиться перед обучающимся как проблема, возможные подходы к разрешению которой должен найти он сам;

- игрового и группового, поскольку выполнение квеста предполагает групповую работу с распределением ролей, при этом иногда само задание облекается в форму игры, конкурса, соревнования.

В соответствии с актуальными задачами обучения преподаватель всегда имеет возможность варьировать способы работы обучающихся при выполнении квеста, делая акцент при разработке его сценария на тот или иной интерактивный метод. Например, для повышения мотивации студентов к изучению сложных вопросов теории математического курса им может быть предложен организованный в форме соревнования или конкурса квест в виде цепочки задач, такой, что решение каждой последующей базируется на полученном ответе предыдущей, а также требует обращения студентов к теоретическому материалу. Центральное место в квесте отводится проблемно-поисковому методу, поэтому деление на группы и распределение ролей в них производится так, чтобы каждая команда имела равные шансы на успех. Обозначенная идея была использована нами при разработке квеста в форме конкурса «Между бытием и небытием» по дисциплине «Теория функций комплексного переменного». Платформой для размещения инструкции, заданий и результатов их выполнения стала страница одноименного электронного курса на платформе системы поддержки образовательных курсов ПГГПУ.

С целью повышения уровня владения будущими учителями математики информационными образовательными технологиями нами разработан специализированный курс по выбору «Дистанционные технологии в обучении математике». В рамках его изучения студенты дневной формы обучения

осуществляют *проектную деятельность*, предполагающую в качестве конечного продукта создание электронного курса по выбранному разделу математики на базе MOODLE. Однако для студентов-заочников, ввиду ограниченного количества часов, отводимых на изучение курса, более эффективной оказывается технология «веб-квест», позволяющая реализовать все этапы выполнения проекта (табл. 1) и при этом усилить мотивацию к самостоятельной познавательной деятельности, создать атмосферу сотрудничества. На *начальном этапе* студенты выбирают один из предлагаемых квестов, каждый из которых связан с решением определенной профессионально значимой проблемы (рис.1). Для выполнения квеста студенты объединяются в группы, распределяют между собой роли, выбирая из предложенных те, что соответствуют их интересам и возможностям: методиста, веб-дизайнера, педдизайнера, тьютора и др. *Ролевой этап* предполагает самостоятельную работу обучающихся над решением проблемы в соответствии с заданной инструкцией и завершается взаимообменом полученных результатов. Часть материалов, необходимых для работы студентов, размещена на странице дисциплины в системе электронной поддержки курсов, а остальная информация дана в виде гиперссылок или требует поиска в предлагаемых источниках. На *заключительном этапе* для выполнения центрального задания квеста происходит создание «собственного» информационного продукта в виде сайта или веб-страницы.

Таблица 1

*Сопоставление этапов выполнения веб-квеста
с этапами реализации проектной деятельности*

Этапы решения веб-квеста [1]	Этапы групповой проектной деятельности [3]
Вступление	Создание мотивации деятельности
Выбор квеста	Выбор проблемы, значимой для обучающегося, разбиение на группы
Изучение центрального задания квеста	Определение цели реализации проекта и его результата как конечного продукта
Выбор роли: ознакомление с задачами и инструкциями	Составление плана действий, распределение ролей в группе
Знакомство с информационными ресурсами, необходимыми для выполнения задания.	Выбор средств решения проблемы

Этапы решения веб-квеста [1]	Этапы групповой проектной деятельности [3]
Выполнение задания каждым участником в соответствии с его ролью	Реализация плана действий каждым участником группы
Взаимообучение, обмен материалами и информацией, оформление итогового результата	Создание продукта как результата совместной проектной деятельности
Представление собранной информации в оформленном виде. Оценка выполнения веб-квеста в соответствии с заданными критериями и параметрами	Защита проекта
Заклучение, описание опыта, который был получен участниками квеста в ходе его самостоятельного выполнения	Рефлексия

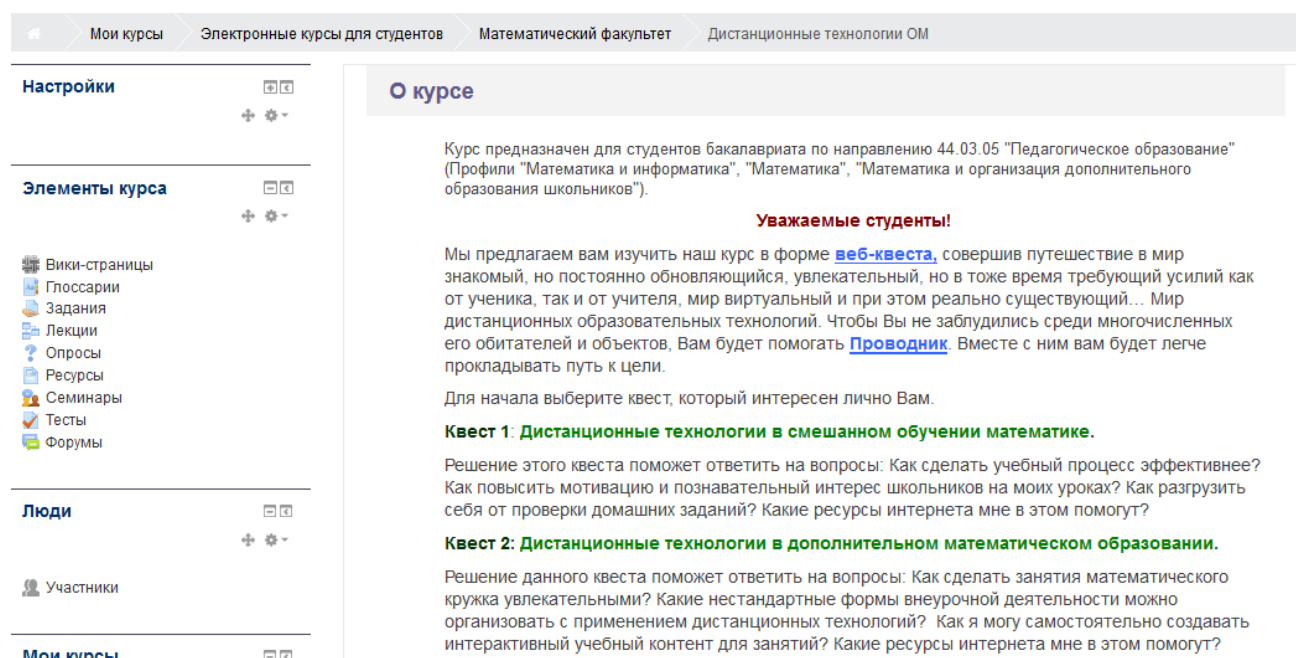


Рис. 1. Фрагмент электронного курса
«Дистанционные технологии обучения математике»

По завершению курса обучающиеся защищают свой проект. В роли экспертов выступают сами студенты, оценивая каждое выступление по критериям, специально разработанным в Пермском педагогическом университете для оценки выполнения веб-квестов (табл. 2).

Таблица 2.

Критерии оценки результатов образовательного веб-квеста

№	Критерий оценивания	Баллы 0 - 3 - 4 - 5	Комментарий
I.	Содержание исследовательской и творческой работы		
1.	Понимание задания		
2.	Полнота раскрытия темы		
3.	Логичность изложения информации (стратегии решения проблемы)		
4.	Оригинальность решения проблемы		
II.	Навыки работы в команде		
1.	Распределение ролей в команде		
2.	Согласованность работы команды		
III .	Навыки устного публичного выступления		
1.	Объем и глубина знаний по теме		
2.	Аргументация позиций		
3.	Культура речи, манера держаться перед аудиторией		
4.	Умение отвечать на вопросы		
IV.	Оформление мультимедийной презентации результатов работы		
1.	Стиль презентации		
2.	Колористическое решение презентации		
3.	Композиция слайдов		
4.	Применение средств визуализации		
V.	Качество письменного текста презентации результатов работы.		
1.	Грамматика, стилистика, орфография письменного текста		
2.	Применение научной терминологии		
Сумма баллов:			

Многие из созданных студентами продуктов как результатов выполнения квеста (проектного задания) отличаются качественным, грамотным

и оригинальным исполнением. Таким образом, технология «веб-квест» способствует развитию не только профессиональных компетенций будущих учителей, но и формирует у них чувство ответственности, творческое отношение к делу.

Список литературы

1. Быховский Я.С. Образовательные веб-квесты // Материалы международной конференции «Информационные технологии в образовании. ИТО-99». – 1999. – Режим доступа: <http://ito.edu.ru/1999/III/1/30015.html> (дата обращения: 15. 11. 2017).
2. Зайкин М.И., Напалков С.В. Об общей структуре и содержательной специфике тематического образовательного WEB-квеста по математике // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 5. – Режим доступа: <https://www.science-education.ru/ru/article/view?id=10511> (дата обращения: 07.12.2017).
3. Пестерева В.Л. Из опыта организации конкурса студенческих проектов // Научно-методическое наследие Евгения Александровича Дышинского в практике работы учителей математики Пермского края: материалы семинара преподавателей математического факультета ПГГПУ и учителей математики Пермского края (г. Пермь) / отв. ред. Г.Н. Васильева; Перм. гос. гуманит.-пед. ун-т. – Пермь, 2012 – С. 31–39.
4. Тарасевич О. А. Технология использования веб-квестов на уроках обществознания, истории и философии как инструмента активизации познавательной самостоятельности студентов // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2017. – Т. 25. – С. 262–265. – Режим доступа: <http://e-koncept.ru/2017/770574.htm> (дата обращения: 07.12.2017).

ПРЕИМУЩЕСТВА И ПРОБЛЕМЫ В ИСПОЛЬЗОВАНИИ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ОБУЧЕНИИ РЕШЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

В.И. Ярошевич

Москва, МГПУ

Аннотация: рассмотрены возможности применения информационных технологий в обучении учащихся решению задач. Обсуждаются преимущества такого применения, а также проблемы, связанные с использованием информационных технологий. Предлагаются некоторые пути решения возникающих проблем: например, использование задач открытого типа.

Ключевые слова: *информационные технологии; решение задач; обучение; математика; визуализация; компьютерные инструменты; открытый подход; геометрия.*

THE ADVANTAGES AND THE PROBLEMS CONNECTED WITH THE UTILIZATION OF INFORMATION TECHNOLOGIES IN TRAINING TO SOLVING OF MATHEMATICAL PROBLEMS

Abstract: the possibilities of using information technologies in the training to solving of problems are considered. The advantages of such application, as well as the problems connected with the using of information technologies are discussed. Some ways of solving emerging problems are suggested: for example, using open-ended tasks.

Keywords: *information technologies; solving of problems; teaching; mathematics; visualisation; computer tools; open-ended approach; geometry.*

Информационные технологии дают широчайшие возможности при использовании в обучении. В соответствии с культурно-исторической концепцией Л.С. Выготского [3], компьютерные технологии можно рассматривать как орудие для построения понятий в процессе обучения. Применение указанных технологий может помочь в осуществлении таких подходов, как генетический [1; 7] и использование различных типов представления объектов по Брунеру [2]. Интерактивные игры с помощью компьютерных технологий используются при обучении математике в Сингапуре [8; 9]. В моделировании предметной деятельности наиболее полезны программы, включающие в себя динамическую геометрию, прежде всего Geogebra [4; 5] и Cinderella. Поэтому представляется целесообразным использовать современные компьютерные технологии в работе по обучению решению задач.

С другой стороны, компьютерные технологии в обучении – всего лишь инструмент. При неправильном или неэффективном применении они могут привести новые проблемы в процесс обучения.

Рассмотрим некоторые преимущества и проблемы, возникающие при применении рассматриваемых технологий в обучении математике (на примере использования программы Geogebra).

Ее преимущества:

- учащиеся могут выполнять задания дома, публикуя свои решения в интернете;

- использование расширенных средств визуализации геометрических понятий оказывает положительное влияние на изучение математики в неспециализированных классах, поскольку школьники не всегда владеют ее абстрактным аппаратом и им необходима дополнительная наглядность представления материала;

- использование компьютерных средств визуализации дает дополнительные преимущества учащимся, у которых не очень хорошо получается рисовать вручную. Учащимся доставляет удовольствие видеть красивые чертежи, авторами которых являются непосредственно они;

- многие свойства геометрических объектов становятся гораздо наглядней при динамической реализации. Например, связь между различными коническими сечениями (кривыми второго порядка);

- при недостатке часов в учебном плане по какому-либо предмету, важным ресурсом может стать реализация в обучении межпредметных и метапредметных связей. И здесь информационные технологии выходят на первый ряд. В качестве примера приведем богатые возможности по использованию скриптов, написанных на языке программирования, для «оживления» чертежей в среде Geogebra, что может связать уроки математики и информатики.

Однако применение программы связано также и с проблемами:

- при слабом методическом обосновании использование информационных технологий привносит в процесс обучения лишь новую форму, за которой теряется смысл их использования. Так, решение задач на построение в среде Geogebra без осмысления того, какие свойства

геометрических объектов были использованы, теряет изрядную долю ценности. Например, при построении квадрата, вписанного в окружность, используется известный метод – строится прямая линия и перпендикуляр к ней, потом – квадрат по точкам пересечения построенных линий с окружностью, но обоснование, почему углы прямые, а стороны равны, не приводится;

– только уверенное и непринужденное использование информационных технологий может обеспечить достижение поставленных педагогических целей. В противном случае их включение в учебный процесс может повлечь обратный эффект: потеряется темп урока, возникнет недоверие и т. д.;

– может возникнуть проблема доверия: насколько то, что мы делаем в программе, отражает реальность;

– легкость построения может породить ложное ощущение легкости усвоения, содержание при этом может усваиваться весьма поверхностно.

Решением таких проблем может послужить разработка заданий, которые бы «зацепляли» учащихся и заставляли бы их вникнуть более глубоко в суть изучаемых явлений. Например, дополнение одной сложной «эффектной» задачи цепочкой предварительных задач, которые бы обосновывали используемые построения, их корректность и уместность.

В методике выделяют задачи открытого типа ([6], [10]). Они могут служить для развития математической креативности и строгости математического языка. Особенностью геометрических задач открытого типа является то, что по построению или чертежу учащихся просят провести анализ, поиск закономерностей или отношений.

Для конструирования задач открытого типа можно, в частности, просто заменить формулировки в традиционных задачах на доказательства. Например, пусть даны параллелограмм и луч, являющийся биссектрисой одного из его углов. Требуется доказать, что длина отрезка, являющегося продолжением одной из сторон до пересечения с проведенным лучом, равна разности длин сторон параллелограмма (рис. 1).

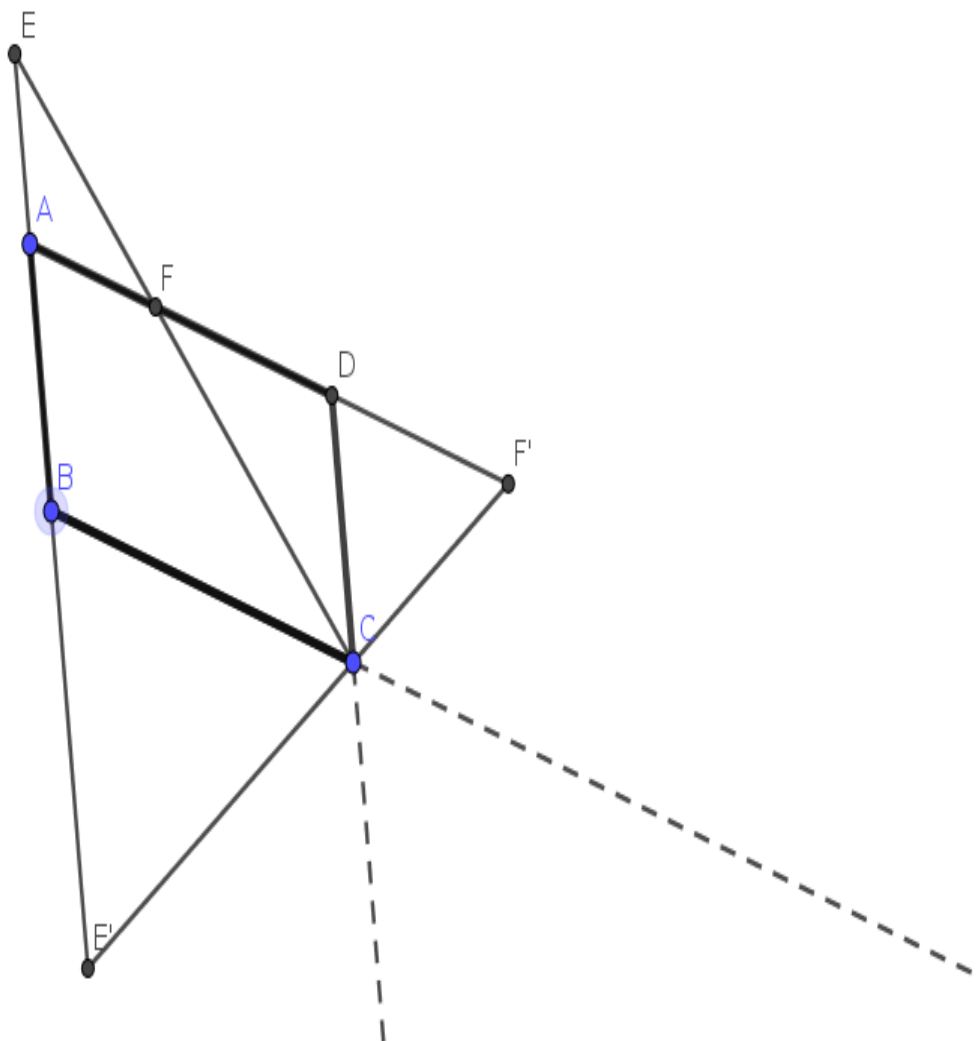


Рис. 1. Чертеж к задаче

В измененной формулировке она может звучать так: «В параллелограмме $ABCD$ луч CE является биссектрисой угла BCD и $E'F'$ – биссектриса внешних углов в точке C . Какие соотношения могут быть найдены среди получившихся отрезков, углов и треугольников?»

Кроме того, представляет интерес решение планиметрических задач в программах динамической геометрии с выходом в стереометрию (с использованием идей фузионизма).

В настоящее время разрабатывается эксперимент для реализации этих идей в процессе обучения учащихся 6-7 классов экспериментальной ОАНО «Новая школа» (Москва).

Список литературы

1. Safuanov I.S. The genetic approach to the teaching of algebra at universities // International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. – 2005. – Т. 36. – № 2–3. – С. 255–268.
2. Брунер, Дж. Психология познания. – М.: Прогресс, 1977.
3. Выготский, Л.С. Мышление и речь. – М.: Лабиринт, 1986.
4. Громова Е.В., Сафуанов И.С. Обучение понятию функции в основной школе с помощью компьютерных технологий // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия: Информатика и информатизация образования. – 2013. – № 1 (25). – С. 91–98.
5. Громова Е.В., Сафуанов И.С. Применение компьютерной математической программы Geogebra в обучении понятию функции // Образование и наука. – 2014. – № 4 (113). – С. 113–131.
6. Сафуанов И.С. Открытый подход к обучению математике // Университеты в системе поиска и поддержки математически одаренных детей и молодежи. Материалы I Всероссийской научно-практической конференции. – 2015. – С. 126–130.
7. Сафуанов И.С. Теория и практика преподавания математических дисциплин в педагогических институтах. – Уфа: Магрифат, 1999. – 107 с.
8. Сафуанов И.С., Атанасян С.Л. Математическое образование в Сингапуре: традиции и инновации // Наука и школа. – 2016. – № 3. – С. 38–44.
9. Сафуанов И.С., Поликарпов С.А. «Сингапурская математика»: школьные учебники // Нижегородское образование. – 2016. – № 1. – С. 32–39.
10. Сафуанова А.М., Сафуанов И.С. «Открытый подход» и «исследование уроков» пути совершенствования математического образования // Нижегородское образование. – 2016. – № 2. – С. 146–150.

Сведения об авторах

№	Фамилия, имя, отчество	Ученая степень, звание, должность	E-mail
1	Ананьева Миляуша Сабитовна	Канд. физ.-мат. наук, доцент, зам. декана математического факультета по учебной работе, доцент кафедры высшей математики ФГБОУ ВО «Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет»	ananjeva@pspu.ru
2	Анганзорова Надежда Васильевна	Учитель физики, математики и информатики, МБОУ «Средняя школа №39», г. Норильск	zvezda_spika@mail.ru
3	Безенкова Елена Викторовна	Учитель математики МБОУ «Гимназия № 17» г. Перми; магистрант математического факультета ФГБОУ ВО «Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет»	elena-bezenkova@yandex.ru
4	Белько Елена Станиславовна	Канд. пед. наук, доцент, доцент кафедры прикладной математики и компьютерной безопасности института космических и информационных технологий Сибирского федерального университета	zykovatv@mail.ru
5	Бондарь Александр Александрович	Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры высшей математики и методики обучения математике ФГБОУ ВО «Уральский государственный педагогический университет», г. Екатеринбург	a.-bondar@mail.ru
6	Брюханова Надежда Петровна	Педагог дополнительного образования МБУ ДО «Станция юных техников», г. Норильск	bruhanovanp@yandex.ru
7	Букушева Алия Владимировна	Канд. пед. наук, доцент, доцент кафедры геометрии ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»	bukusheva@list.ru
8	Быкова Вера Андреевна	Учитель математики, МАОУ «Гимназия №13 «Академ», г. Красноярск	vera.bykova.93@bk.ru
9	Выгонная Екатерина Петровна	Магистрант ГАУ ВО г. Москвы «Московский городской педагогический университет»	pak1112a@mail.ru
10	Галаев Сергей Васильевич	Канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент кафедры геометрии ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»	sgalaev@mail.ru

№	Фамилия, имя, отчество	Ученая степень, звание, должность	E-mail
11	Ганичева Елена Михайловна	Канд. пед. наук, доцент кафедры информационных технологий и методики преподавания информатики ФГБОУ ВО «Вологодский государственный университет»	emg-ca@mail.ru
12	Гомзякова Екатерина Анатовна	Магистрант ФГБОУ ВО «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева», г. Красноярск	gomzyakovaea@gmail.com
13	Горбунова Наталья Юрьевна	Старший преподаватель ФГБОУ ВО «Пермский государственный аграрно-технологический университет имени академика Д.Н. Прянишникова»; аспирант математического факультета ФГБОУ ВО «Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет»	nat.yur.gorbunova@yandex.ru
14	Гущина Екатерина Александровна	Магистрант ГАУ ВО «Московский городской педагогический университет»	pak1112a@mail.ru
15	Дураева Анастасия Сергеевна	Учитель математики МОАУ «Средняя общеобразовательная школа №38 г. Орска им. Героя Советского Союза Павла Ивановича Беляева»	nastyuschka95@mail.ru
16	Еремеева Юлия Дмитриевна	Студентка 4-го курса математического факультета ФГБОУ ВО «Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет»	eremyl@mail.ru
17	Занина Людмила Валентиновна	Преподаватель ГБПОУ «Осинский профессионально-педагогический колледж»	lud.zanina@yandex.ru
18	Зыкова Татьяна Викторовна	Канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент кафедры прикладной математики и компьютерной безопасности института космических и информационных технологий Сибирского федерального университета	zykovatv@mail.ru
19	Иванова Вера Владимировна	Учитель информатики и ИКТ МАОУ «СОШ №7» г. Тюмени	flyorova11vera@mail.ru
20	Казакова Мария Александровна	Учитель математики, МАОУ «Гимназия №11», г. Красноярск	tricksters@yandex.ru
21	Кузнецова Ирина Викторовна	Канд. пед. наук, доцент, директор филиала ФГАОУ ВО «Северный (Арктический) федеральный университет им. М.В. Ломоносова» в г. Коряжме Архангельской области, доцент кафедры общегуманитарной подготовки и естественно-математических дисциплин	i.kuznetsova2@narfu.ru

№	Фамилия, имя, отчество	Ученая степень, звание, должность	E-mail
22	Курбанова Александра Викторовна	Магистрант математического факультета ФГБОУ ВО «Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет»	aliks.fly@mail.ru
23	Латышева Любовь Павловна	Канд. пед. наук, доцент, доцент кафедры высшей математики ФГБОУ ВО «Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет»	latisheva@pspu.ru
24	Литвинова Виктория Александровна	Учитель математики МОУ «СОШ № 17 г. Орска»	vika_777.94_94@mail.ru
25	Логина Валерия Валерьевна	Старший преподаватель кафедры высшей математики Пермского филиала ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»	lera_d@rambler.ru
26	Лурье Михаил Леонидович	Канд. пед. наук, доцент, зав. кафедрой теории и методики обучения математике ФГБОУ ВО «Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет»	louriemikhail@pspu.ru
27	Ляудина Дарья Владимировна	Учитель математики МБОУ «Кучеровская средняя школа», Красноярский край, Нижнеингашский район, д. Александровка	dasha-laputa@yandex.ru
28	Мамалыга Раиса Федоровна	Канд. пед. наук, доцент кафедры высшей математики и методики преподавания математики ФГБОУ ВО «Уральский государственный педагогический университет», г. Екатеринбург	gcg45@mail.ru
29	Малых Алла Ефимовна	Доктор физ.-мат. наук, профессор, профессор кафедры высшей математики ФГБОУ ВО «Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет»	malych@pspu
30	Марокина Мария Сергеевна	Магистрант математического факультета ФГБОУ ВО «Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет»	marymarokina@gmail.com
31	Мельников Роман Анатольевич	Канд. пед. наук, доцент, доцент кафедры математики и методики её преподавания ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина»	roman_elets_08@mail.ru
32	Меньшикова Мария Владимировна	Учитель математики КГБОУ «Железнодорожный кадетский корпус», Красноярский край, ЗАТО Железнодорожск	masyamb@mail.ru

№	Фамилия, имя, отчество	Ученая степень, звание, должность	E-mail
33	Мусихина Ирина Васильевна	Ст. преп. кафедры теории и методики обучения математике ФГБОУ ВО «Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет»	musikhina@pspu.ru
34	Мысина Мария Алексеевна	Студентка 3-го курса института математики, физики, информатики и технологий ФГБОУ ВО «Уральский государственный педагогический университет», г. Екатеринбург	
35	Олехов Алексей Андреевич	Магистрант математического факультета ФГБОУ ВО «Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет»	olehov.alexei@mail.ru
36	Панькина Екатерина Константиновна	Магистрант ГАУ ВО «Московский городской педагогический университет»	pak1112a@mail.ru
37	Паршакова Екатерина Сергеевна	Учитель математики МАОУ «СОШ № 108», г. Пермь	Parshakovaes@gmail.com
38	Пермякова Ксения Александровна	Магистрант ФГБОУ ВО «Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет»	sargatanas94@mail.ru
39	Плотникова Евгения Григорьевна	Доктор пед. наук, профессор, профессор кафедры высшей математики Пермского филиала ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»	plotnikovaeg@mail.ru
40	Сёмочкин Александр Николаевич	Канд. физ.-мат. наук, доцент, начальник управления информационных и телекоммуникационных технологий и информационной безопасности, доцент кафедры информатики и методики преподавания информатики ФГБОУ ВО «Благовещенский государственный педагогический университет»	iskanderuse@gmail.com
41	Сёмочкина Оксана Анатольевна	Канд. пед. наук, доцент, доцент кафедры физического и математического образования ФГБОУ ВО «Благовещенский государственный педагогический университет»	semochkina.oa@gmail.com
42	Сиделева Наталья Анатольевна	Учитель математики МАОУ «Средняя школа № 151», Красноярский край, Большемурутинский район, д. Лакино	stolyrova93@mail.ru
43	Скорнякова Анна Юрьевна	Канд. пед. наук, доцент, доцент кафедры высшей математики ФГБОУ ВО «Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет»	skornyakova_anna@pspu.ru

№	Фамилия, имя, отчество	Ученая степень, звание, должность	E-mail
44	Соловьева Алла Анатольевна	Канд. пед. наук, ст. преп. кафедры геометрии и алгебры ФГБОУ ВО «Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского»	asolovyeva@yandex.ru
45	Тестов Владимир Афанасьевич	Доктор пед. наук, профессор, профессор кафедры математики и методики преподавания математики Вологодского государственного университета	vladafan@inbox.ru
46	Тимофеева Лариса Николаевна	Канд. пед. наук, доцент военно-космической академии им. А.Ф. Можайского, г. Санкт-Петербург	tln142@mail.ru
47	Тихомиров Сергей Александрович	Канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент кафедры геометрии и алгебры ФГБОУ ВО «Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского»	satikhomirov@mail.ru
48	Тихомирова Наталья Вадимовна	Магистрант математического факультета ФГБОУ ВО «Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет»	nataxaya1993@gmail.com
49	Федченко Алена Викторовна	Учитель математики МБОУ СОШ №2 г. Канска	lena-fedchenko@mail.ru
50	Хамов Геннадий Григорьевич	Доктор пед. наук, профессор, профессор Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена, г. Санкт-Петербург	gghamov@yandex.ru
51	Черемных Елена Леонидовна	Канд. пед. наук, доцент, зав.кафедрой высшей математики ФГБОУ ВО «Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет»	cheremnyhel@pspu.ru
52	Шестопалова Екатерина Павловна	Учитель математики МОАУ «СОШ № 23» г. Новотроицка	marya.ivanova.0577@mail.ru
53	Шеремет Галина Геннадьевна	Канд. пед. наук, доцент, доцент кафедры высшей математики ФГБОУ ВО «Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет»	sheremet@pspu.ru
54	Юрченко Дарья Владимировна	Учитель математики МАОУ «СОШ №120», г. Пермь, аспирант математического факультета ФГБОУ ВО «Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет»	yurchenko.dasha@mail.ru
55	Ярошевич Василь Игоревич	Аспирант ГАУ ВО «Московский городской педагогический университет»	kim1112@mail.ru

Электронное издание

**ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ,
ЕЕ ИСТОРИИ И МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ
НА СОВРЕМЕННОМ ЭТАПЕ**

Материалы заочной Всероссийской научно-практической конференции
(7–9 декабря 2017 года)

Редакционная коллегия

Алла Ефимовна Малых (главный редактор)
Елена Леонидовна Черемных (ответственный редактор)
Анна Юрьевна Скорнякова (технический редактор)
Миляуша Сабитовна Ананьева
Алексей Лаврентьевич Краснощеков
Любовь Павловна Латышева
Вера Леонидовна Пестерева

Технический редактор *Д.Г. Григорьев*

ИБ № 840

Свидетельство о государственной аккредитации вуза № 0902 от 07.03.2014

Изд. лиц. ИД № 03857 от 30.01.2001

Усл. печ. л. 18,25. Уч.-изд. л. 11,8

Редакционно-издательский отдел

Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета
614990, г. Пермь, ул. Сибирская, 24, корп. 2, оф. 71,
тел. (342) 238-63-12

Минимальные системные требования:
ПК, процессор Intel(R) Celeron(R) и выше,
частота 2.80 ГГц; монитор SuperVGA
с разреш. 1280x1024, отображ 256 и более
цветов; 1024 Mb RAM; Windows XP и выше;
Adobe Reader 8.0 и выше; CD-дисковод,
клавиатура, мышь